6. Übung Analysis 1 WS 2000-2001

Aufgabe 6.1 Für $n \in \mathbb{N}$ gilt die Abschätzung

$$e \left(\frac{n}{e}\right)^n \leq n! \leq e n \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

Man gebe einen Induktionsbeweis.

Aufgabe 6.2 Man berechne die arithmetischen und geometrischen Mittel der Zahlen $e \left(\frac{n}{e}\right)^n$ und $e n \left(\frac{n}{e}\right)^n$. Welches dieser Mittel liefert eine bessere Approximation für $n!$?

Zur Erinnerung: das arithmetische Mittel zweier Zahlen x, y ist gegeben durch $\frac{x+y}{2}$, das geometrische Mittel zweier Zahlen $x, y \geq 0$ durch $\sqrt{xy}$.

Aufgabe 6.4 Es sei (a_n) eine beschränkte Folge in $\mathbb{R}$ mit der Eigenschaft $|a_{n+1} - a_n| \rightarrow 0$. Folgt daraus die Konvergenz von (a_n) ?

Aufgabe 6.8 Man untersuche die angegebenen Folgen auf Konvergenz und bestimme ggf. die Grenzwerte.

a) $\sqrt{n^4 + an^3 + bn^2 + cn} - n^2$ für $a, b, c \geq 0$ c) $\frac{3n^2 + \sqrt{n3^n}}{2^n}$ d) $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{n}}}$

Aufgabe 6.8 Man untersuche die angegebenen Folgen auf Konvergenz und bestimme ggf. die Grenzwerte.

e) $\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ f) $\left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$

Inzwischen selbstverständlich: Alle Lösungen sind zu begründen!

Wichtige Hinweise:

1. Die in den **Anmeldebögen** gemachten Angaben müssen bis Donnerstag den 7.12.2000 (also diesen Donnerstag, Ausschlußfrist!) bei den zuständigen Hilfskräften nachgewiesen sein! Nutzen Sie dazu, falls noch nicht geschehen, die Sprechstunden. Die bestätigte Anmeldung ist eine notwendige Voraussetzung zur Klausurteilnahme!
2. Die angekündigte **Zwischenklausur** findet am Samstag den 16.12.2000 von 9.15-12.15 statt. Die Raumverteilung wird noch bekannt gegeben. Obwohl die Klausur nicht in die Wertung eingeht besteht Teilnahmepflicht. Die Zwischenklausur bietet die Chance die bisher erworbenen Kenntnisse unter Klausurbedingungen zu testen und darüber Rückmeldung zu erhalten. Zugelassene Hilfsmittel: ein handbeschriebenes DIN-A4-Blatt.

Abgabe: Mo 11.12.2000 in der Vorlesungspause