

## 8. Übung Analysis 1 WS 2000-2001

**Aufgabe 8.3** Bekanntlich ist auf  $\mathbb{R}$  die DIRICHLET-Funktion  $D$  durch

$$D(x) := \begin{cases} 0 & \text{für } x \notin \mathbb{Q} \\ 1 & \text{für } x \in \mathbb{Q} \end{cases}$$

definiert. In welchen Punkten  $x \in \mathbb{R}$  ist die Funktion  $x \mapsto D(x) \cdot (x^2 - 1)$  stetig?

**Aufgabe 8.9** Man konstruiere eine monotone Funktion  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  mit unendlich vielen Unstetigkeitsstellen. (D.h. eine, mit einer Folge paarweise disjunkter Unstetigkeitsstellen.) Gibt es auch eine streng monotone Funktion mit dieser Eigenschaft?

**Aufgabe 21.2** Sind Summen bzw. Produkte konvexer Funktionen wieder konvexe Funktionen?

**Aufgabe 21.3 a)** Es seien  $f : I \rightarrow J$  konvex und  $g : J \rightarrow \mathbb{R}$  konvex und monoton wachsend. Man zeige, daß  $g \circ f$  konvex ist. Gilt dies auch, wenn  $g$  nicht monoton wachsend ist?

**Aufgabe B** Man zeige:  $f : x \mapsto \sqrt{x}$  ist nicht LIPSCHITZ-stetig auf  $[0, \infty)$ .

**Aufgabe C** Man zeige: Für  $x, y \in [0, \infty)$  gilt  $|\sqrt{x} - \sqrt{y}| \leq \sqrt{|x - y|}$ .

**Wichtig:** Alle Lösungen sind zu begründen!

**Abgabe:** Mo 8.1.2001 in der Vorlesungspause