9. Übung Analysis 1 WS 2000-2001

Aufgabe D Führen Sie den Beweis von Lemma 2.4.23 (zur Konvexität der Potenzfunktion) detailiert aus. Begründen Sie die einzelnen Schritte.

Aufgabe E Führen Sie den Beweis von Lemma 2.4.16 (zur Konvexität der Exponentialfunktion) detailiert aus. Begründen Sie die einzelnen Schritte.

Aufgabe 9.1 Man entscheide, ob folgende Mengen $M \subseteq \mathbb{R}$ nach oben bzw. nach unten beschränkt sind und bestimme ggf. $\sup M$ und $\inf M$. Weiter entscheide man, ob M ein Maximum oder Minimum besitzt:

a) $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 10\}$

b) $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 < 27\}$

c) $M = \{1 + \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

d) $M = \{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{2^m} \mid m, n \in \mathbb{N}\}$

Aufgabe 9.4 Man definiere $M + N := \{x + y \in \mathbb{R} \mid x \in M, y \in N\}$ für Mengen $M, N \subseteq \mathbb{R}$. Für beschränkte Mengen M, N zeige man $\sup(M + N) = \sup M + \sup N$ und $\inf(M + N) = \inf M + \inf N$.

Aufgabe 9.5 Die Funktionen $f, g : M \to \mathbb{R}$ seien nach oben beschränkt. Man zeige, daß auch $f + g$ nach oben beschränkt ist und daß $\sup(f + g)(M) \leq \sup f(M) + \sup g(M)$ gilt. Man gebe ein Beispiel an, bei dem „$<$ “ auftritt.

Wichtig: Alle Lösungen sind zu begründen!

Abgabe: Mo 15.1.2001 in der Vorlesungspause