

13. Übung zur Analysis III WS 2001-2002

51. Aufgabe: Sei $f \in C_c(\mathbb{R}^n)$ nicht negativ. Dann ist die Funktion

$$\hat{f}(t) = \int_{\mathbb{R}^n} e^{2\pi i \langle t, x \rangle} f(x) d\lambda^n(x)$$

für $t \in \mathbb{R}^n$, wobei $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das Standardskalarprodukt ist, stetig, beschränkt und positiv semidefinit. Man zeige ferner, daß $\hat{f}(t)\hat{g}(t) = \widehat{(f * g)}(t)$ für $f, g \in C_c(\mathbb{R}^n)$, wobei $f * g$ die Faltung aus Aufgabe 49 ist.

52. Aufgabe: a) Mit Hilfe der Aufgabe 48 Teil b) berechne man jeweils das Volumen einer offenen Kugel und eines Zylinders im $\mathbb{R}^3$ mit Radius R , indem man auf geeignete Koordinaten transformiert.

b) Man berechne entsprechend das Volumen einer Kugel im $\mathbb{R}^4$, vergleiche Seite 43 in *Barner-Flohr, Analysis II*.

53. Aufgabe: Sei $R > 0$. Man berechne das Integral $\int_{\Omega} f(x) d\lambda^2(x)$, wobei $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x_1^2 - x_2^2}$ und $\Omega = \{x \mid x_1^2 + x_2^2 < R^2\}$ durch Transformation auf Polarkoordinaten.

54. Aufgabe: Seien $a, b, c > 0$. Man berechne das Integral $\int_{\Omega} f(x) d\lambda^3(x)$, wobei

$$f(x) = \frac{x_1 x_2 x_3}{\sqrt{\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} + \frac{x_3^2}{c^2}}}$$

und Ω der Ellipsoidteil

$$\Omega = \{x \mid \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{x_2^2}{b^2} + \frac{x_3^2}{c^2} < 1; x_1, x_2, x_3 > 0\}$$

ist. Man verwende Transformation auf die Ellipsoidkoordinaten

$$\begin{pmatrix} r \\ \vartheta \\ \varphi \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} ar \cos \vartheta \cos \varphi \\ br \cos \vartheta \sin \varphi \\ cr \sin \vartheta \end{pmatrix}.$$

Abgabetermin: Donnerstag, 14.02.02, Briefkasten im Geb. 27.2 bis 12.45 Uhr.