Strukturgenetische didaktische Analysen
– die empirische Forschung erster Art

mathe 2000

http://www.tu-dortmund.de/mathe2000

Intention des Vortrags:

Rehabilitierung und Weiterentwicklung der sogenannten „Stoffdidaktik“

Beispiel 1:

Einführung der Multiplikation im 2. Schuljahr

Jee-Hyun Park, Terezinha Nunes: The development of the concept of multiplication.
Cognitive Development 16 (2001), 763 – 773

Empirischer Vergleich zwischen Multiplikation als „repeated addition“ und Multiplikation als „schema of correspondences“ („invariant relation between two quantities“)

Ansatz der Stoffdidaktik:

Arnold Fricke: Operativer Rechenunterricht auf der Grundlage von J. Piaget / H.Aebli (ab 1965)

Darstellungsmittel für Einspluseins und Einmalmaleins: Cuisenaire-Stäbe

Kennzeichnung der leichten Aufgaben 1mal..., 2mal..., 5mal... und 10mal... als Kernaufgaben und Ableitung der anderen Aufgaben mit Hilfe des Distributivgesetzes

Grundideen der Multiplikation

– Im Bereich der natürlichen Zahlen ist die Multiplikation eine verkürzte Addition (nicht „repeated addition“)

– Rechengesetze

- Kommutativgesetz $a \cdot b = b \cdot a$
- Assoziativgesetz $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- Distributivgesetz $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

$$(a + b) \cdot (c + d) =$$

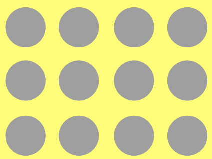
$$a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

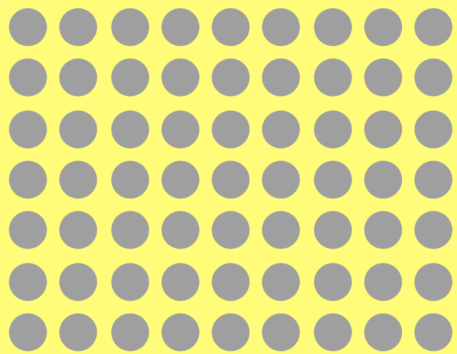
Heinrich Winter:

Forderung nach algebraischer Durchdringung der Arithmetik

Winter, H.: Begriff und Bedeutung des Übens. mathematik lehren 2/1984, 4 – 11

Darstellung der Multiplikation durch rechteckige Punktfelder:





(s. auch R. Courant, R./H. Robbins in „Was ist Mathematik?“ und R. Penrose in „Shadows of the Mind“)

Alleinstellungsmerkmal der Punktfelder:
An ihnen kann man *alle* Rechengesetze operativ und für Kinder des 2. Schuljahrs verständlich begründen.
Damit ist auf dieser Stufe eine algebraische Durchdringung der Multiplikation möglich.

Folgerung:

Eine Entscheidung, was die Multiplikation ist und wie sie im zweiten Schuljahr einzuführen ist, kann nicht mit den empirischen Methoden der Psychologie herbeigeführt werden, sondern wird wesentlich von der Struktur des Faches bestimmt.

Beispiel 2:

Hundertertafel

Kritik an diesem Darstellungsmittel:

J.H. Lorenz: Lernschwache Rechner fördern. Berlin: Cornelsen 2005

von Aster, M. / Lorenz, J.H.: Rechenstörungen bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. Göttingen: Vandenhoeck & Rupprecht 2005

Darin: Kucian, K./ von Aster, M.: Dem Gehirn beim Rechnen zuschauen.In: von Aster.M/ Lorenz. J.H. 2005, S. 59 - 71

Empirische Grundlage: Kognitionspsychologie und Hirnforschung

Daraus wird eine exklusive Rolle des ordinalen Zahlaspekts abgeleitet.

Position der Stoffdidaktik:

Der Zahlbegriff ist komplex und lässt sich nicht auf den ordinalen Aspekt reduzieren.

Die Hundertertafel ist in Verbindung mit dem Hunderterfeld ein bewährtes Mittel um das Verständnis des Zehnersystems zu stützen und um die Menge der Zahlen von 1 bis 100 übersichtlich darzustellen.

Folgerung:

Die Entscheidung, ob die Hundertertafel in einem didaktischen Konzept sinnvoll ist oder nicht, lässt sich nicht auf dem üblichen „empirischen“ Weg herbeiführen, sondern nur unter Berücksichtigung der Struktur des Faches.

Beispiel 3:
Design einer Lernumgebung zur produktiven Übung der schriftlichen Addition

Konstruktive Lösungen erfordern **zwingend** den Zugang der „Stoffdidaktik“.

Lernumgebung aus Zahlenbuch 3
S. 85, 120 – 121

1. Aus den sechs Ziffern 2, 3, 4, 5, 6, 7 werden zwei dreistellige Zahlen gebildet und addiert.

$$\begin{array}{cccc} & 5 & 2 & 7 \\ & 6 & 4 & 3 \\ {}^{1} & & {}^{1} & \\ \hline 1 & 1 & 7 & 0 \end{array}$$

a) Versuche nach dieser Regel Aufgaben mit den Ergebnissen 800, 801, 802, 803, 804, 805, ..., 810 zu finden.
b) Finde Aufgaben mit „schönen“ Ergebnissen, z.B. 444, 787, 456, 700, 1000, 1221, 1100, 1200, 1300, ...
usw.

Zugrunde liegendes Muster:
Neunerprobe der Addition
(s. Adam Ries, 2. Rechenbuch von 1522)

Zahlentheoretischer Hintergrund:
Restklassenring modulo 9

Methode:
Strukturgenetische didaktische Analyse

Weiterentwicklung der Stoffdidaktik, da ausdrücklich individuelle und soziale Prozesse einbezogen werden.

Heintel, P. Modellbildung in der Fachdidaktik. Klagenfurt: Carinthia 1978

Freudenthal, H. : Phenomenology of Didactical Structures. Dordrecht: Reidel 1983

Winter, H.: Gesamtwerk

Wheeler, D.H. (ed.), Notes on Primary Mathematics. London: CUP 1967 (Modelle für den Mathematikunterricht in der Grundschule. Stuttgart: Klett 1970)

Strukturgenetische didaktische Analysen berücksichtigen

1. die gewachsene und sich entwickelnde epistemologische Struktur mathematischer Inhalte und Prozesse
2. das Vorwissen der Lernenden und die ihnen jeweils zur Verfügung stehenden Mittel
3. die Schlüssigkeit des Curriculums

Strukturgenetische didaktische Analysen beziehen sich auf die **reale mathematische Praxis** und bilden daher eine **empirische Forschung** eigener Art (“erster Art“), die sich von der üblichen „empirischen“ Forschung in der Mathematikdidaktik (der empirischen Forschung „zweiter Art“), bei der importierte Theorien und Methoden verwendet werden, unterscheidet.

Strukturgenetische didaktische Analysen zeichnen sich durch folgende Besonderheiten aus:

Sie

– *gründen auf der **mathematischen Praxis** der jeweiligen Stufe*

– *fördern ein aktives Verhältnis zum **lebendigen Fach**,*

– *sind **konstruktiv** und für die Entwicklung von Unterrichtsmaterialien und Curricula **unentbehrlich**,*

– *sind für das Unterrichten handlungsleitend, da sie die im wohlverstandenen Fach enthaltene **natürliche Theorie des Lehrens und Lernens** zur Geltung bringen.*

Die Ergebnisse strukturgenetischer didaktischer Analysen sind in der Lehrerbildung in verständlicher Weise kommunizierbar.