



**Arbeitskreis Geometrie**  
in der  
Gesellschaft für Didaktik der Mathematik



# Winkelvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$ in der Sek I

---

## Auf der Suche nach Grundvorstellungen



**Ana Kuzle**  
Universität Paderborn



**Christian Dohrmann**  
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

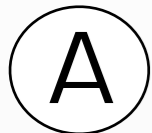


# Übersicht

---



- A Motivation & Problemlage**
  - ▶ Warum Winkel? (Vorstudie „Schulbuchanalyse“)
  - ▶ Problemstellen (Grundideen)
- B Forschungsinteresse**
  - ▶ Forschungsfragen
  - ▶ Forschungsbezüge
- C Pilotstudie**
  - ▶ Forschungsfragen
  - ▶ Design & Methodologie
- D Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)**
  - ▶ Vorstellungen und Fehlkonzepte
  - ▶ Interpretationen
- E Ausblick**
  - ▶ WIKUL



# Motivation & Problemlage



Was bedeutet 1°?

K5

K6

K7

K8

K9

K10

du zeichnest einen Kreis 360° und jeder mm Abschnitt zeigt ein Grad

auf der Strecke eines Objektes sind ein Grad. Ein Millimeter Kreisförmigen

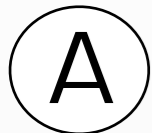
1° = 1mm

1° ist ein Teil von 360 Teilen. Es ist so groß wie ein mm.

Grad ist eine andere Einheit neben z.B. Meter.

Da man aber mit Meter bei einem Dreieck nicht wüsste, ob es stumpf oder spitz ist, benutzt man Winkel. 1° entspricht etwa einem 1cm.

1° Grad ist ~~1cm~~ 1mm in die Höhe. Die Einheit Grad kann man mit Geometriedreiecken und Winkel messern messen



# Motivation & Problemlage



## Was bedeutet 1°?

K9

du zeichnest einen Kreis  $360^\circ$  und jeder mm Abschnitt zeigt ein Grad

K6

$1^\circ = 1\text{mm}$

auf der Strecke eines Objektes sind ein Grad. Ein Millimeter Kreisförmigen

K8

K5

$1^\circ$  ist ein Teil von 360 Teilen. Es ist so groß wie ein mm.

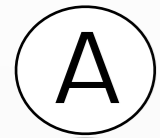
Grad ist eine andere Einheit neben z.B. Meter. Da man aber mit Meter bei einem Dreieck nicht wüsste, ob es stumpf oder spitz ist, benutzt man Winkel.  $1^\circ$  entspricht etwa einem 1cm.

K10

K7

$1^\circ$  Grad ist  $1\text{mm}$  in die Höhe. Die Einheit Grad kann man mit Geometriedreiecken und Winkel messern messen





## Warum Winkel?

### Lehrpläne & Curriculum

- ▶ Beginn der systematischen Begriffsausbildung nach dem GS-Übergang (ab K5)
- ▶ Bezüge zum Thema Winkel werden in jeder Schulstufe ab K5 aufgegriffen

### Schulbuchanalyse

- ▶ Heterogene Systematik der Einführung

# A

## Motivation & Problemlage



Buch	Stufe	Darstellung	Werkzeug	Operationen
Math. Sekundo	6	als Strahlenpaar	Winkelscheibe (Darstellung der Winkelarten) Geodreieck (messen und zeichnen)	Messen (statisch), Zeichnen (statisch), Zeichnen (dynamisch)
Math. Neue Wege	6	als Halbgeradenpaar, Strahlenpaar, Teil der Ebene, Drehung	Winkelscheibe (Vorstellung der Winkelgrößen,) Geodreieck (messen, zeichnen)	Messen (statisch), zeichnen (statisch), Zeichnen (dynamisch) schnellere Methode, schätzen
Math. Heute	6	als Drehung, als Strahlenpaar	Geodreieck, Winkelscheibe, DGS (Winkel zeichnen, markieren, messen)	Messen (statisch & dynamisch), schätzen, Zeichnen (statisch & dynamisch)
Maßstab	6	als Strahlenpaar	Geodreieck (messen und zeichnen)	Messen (statisch), Zeichnen (statisch), Zeichnen (dynamisch)
Elem. der Math.	6	als Drehung/ Winkelfeld, als Strahlenpaar	Geodreieck, Winkelscheibe, DGS (Winkel zeichnen, markieren, messen)	Messen (statisch & dynamisch), schätzen, Zeichnen (statisch & dynamisch)
Mathe Live	6	als Drehung	Geodreieck (messen, zeichnen), Winkelscheibe (schätzen)	Messen (statisch), Zeichnen (statisch)
Einblicke Math.	6	als Strahlenpaar	Geodreieck (messen & zeichnen), Winkelscheibe (schätzen), selbst gebastelte Theodolit (Steigungswinkel messen)	Messen (statisch), Zeichnen (statisch)

Dohrmann & Kuzle 2013

A

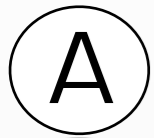
# Motivation & Problemlage



Buch	Stufe	Darstellung	Werkzeug	Operationen
Math. Sekundo				statisch), Zeichnen zeichnen (dynamisch)
Math. Neue Wege				statisch), zeichnen zeichnen (dynamisch) Methode, schätzen
Math. Heute				statisch & dynamisch), zeichnen (statisch & dynamisch)
Maßstab				statisch), Zeichnen zeichnen (dynamisch)
Elem. der Math.				statisch & dynamisch), zeichnen (statisch & dynamisch)
Mathe Live				statisch), Zeichnen statisch)
Einblicke Math.				statisch), Zeichnen statisch)

Dohrmann & Kuzle, 2013

(Steigungswinkel messen)



## Warum Winkel?

### Lehrpläne & Curriculum

- ▶ Beginn der systematischen Begriffsausbildung nach dem GS-Übergang (ab K5)
- ▶ Bezüge zum Thema Winkel werden in jeder Schulstufe ab K5 aufgegriffen

### Schulbuchanalyse

- ▶ Heterogene Systematik bezogen auf Definitionen und Zeichenwerkzeuge
- ▶ prozedurale Aufgabenkultur

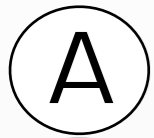
### Alltags- und Berufsrelevanz

- ▶ Alltag: Richtungsunterschied, Drehung, Neigung, Steigung
- ▶ Beruf: Ingenieurwesen, Design & Kunst, Vermessungswesen





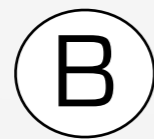
Hans Walser, 25.09.2011



## Problemstellen

- ▶ Grundideen kommen nicht bei den SchülerInnen an (welche sind das überhaupt?)
- ▶ Fehlvorstellungen und Fehlkonzepte sind stufenübergreifend nachweisbar (Literatur & Vorstudie)
- ▶ Einbettung von Grundideen in die systematische Winkelbegriffsentwicklung ist fehlgeschlagen!
- ▶ prozedurale Aufgabenkultur
- ▶ Einsatz neuer Medien (DGS) beschränkt sich auf Grundkonstruktionen (Mehrwert unklar).
- ▶ Vermittlung von Grundideen im Sinne konstruktivistischer Lernumgebungen mit digitalen Werkzeuge findet nicht statt!

Wie kann ein „reichhaltiges“ Winkelverständnis in einem zeitgemäßen mediengestützten Geometrieunterricht anschaulich vermittelt und durch eine an den Grundideen orientierte Begriffsentwicklung der Ausbildung von Fehlkonzepten begegnet werden?



## **Forschungsinteresse**

- ▶ Forschungsfragen
- ▶ Forschungsbezüge

# B

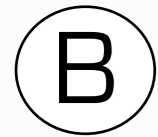
## Forschungsinteresse



### Fragestellungen, die zu Forschungsfragen führen sollen:

<b>A</b>	An welchen Stellen zeigen sich Schwierigkeiten beim Begriffslernen in Bezug zum Winkelverständnis? <b>Aspekte:</b> Vorstellungen (Grundideen), Anwendungen, Wissen, Entwicklung, Fakten	quantitativ & qualitativ
<b>B</b>	Ist bei SuS ein „reichhaltiges“ Winkelverständnis vorhanden? <b>Aspekte:</b> Grundvorstellungen, Anwendungen, Vernetzungen, Fakten	quantitativ & qualitativ
<b>C</b>	Was zeichnet ein „reichhaltiges Winkelverständnis aus“? <b>Aspekte:</b> Inhalte, Grundvorstellungen, Grunderfahrungen	qualitativ
<b>D</b>	Führen Verständnis- und Vorstellungsprobleme zu innermathematischen Problemen? <b>Aspekte:</b> Relevanz, Begriffsentwicklung, Grundvorstellungen	quantitativ & qualitativ
<b>E</b>	Welche Grundvorstellungen liegen den innermathematischen Winkelaspekten zugrunde? <b>Aspekte:</b> Grundideen, Anwendungen, Begriffsentwicklung	qualitativ
<b>F</b>	Wie sieht Unterricht aus, der reichhaltiges Winkelverständnis ausbilden möchte – unterstützt durch neue Medien? <b>Aspekte:</b> Material, Werkzeuge, Lehr-Lernumgebung	quantitativ & qualitativ





## Fragestellungen, die zu Forschungsfragen führen sollen:

**B** Ist bei SuS ein „reichhaltiges“ Winkerverständnis vorhanden?  
**Aspekte:** Grundvorstellungen, Anwendungen, Vernetzungen, Fakten

quantitativ &  
qualitativ

## Pilotstudie

- ▶ Fakten schaffen zur Ausgangslage!  
Forschungsfeld ausdifferenzieren!  
Existierende Problemlage(n) identifizieren!



## **Pilotstudie**

- ▶ Forschungsfragen
- ▶ Design & Methodologie



## Pilotstudie

- ▶ Forschungsfragen



### Entwicklung eines Untersuchungsinstruments zur...

- ▶ **Deskription** von Kenntnissen, Fehlkonzepten, Vorstellungen, sowie Denk- und Erklärungsmustern von SchülerInnen der Klassenstufen 5-10 zum Thema Winkel
- ▶ **Analyse** der Ergebnisse hinsichtlich vorhandener Zusammenhänge zwischen den deskriptiven Faktoren

### Forschungsfragen:

- ▶ Welche Fehler werden gemacht?
- ▶ Lassen sich Fehlertypen identifizieren?
- ▶ Welche Fehlkonzepte lassen sich identifizieren?
- ▶ Welche Vorstellungen zum Winkel sind vorhanden?
- ▶ Bleiben früh erworbene Fehlkonzepte über die Schulzeit (K5-K10) stabil?
- ▶ Entsprechen beobachtete innermathematische Kenntnisse und Fähigkeiten den Lehrplanvorgaben?
- ▶ Existieren Zusammenhänge zwischen Vorstellungen (Denk- und Erklärungsmustern) und Fehlkonzepten und wenn ja, welche?

### Beobachtungen

- ▶ innermathematischen Kenntnissen, Fähigkeiten, Fertigkeiten (stufenbezogen und stufenübergreifend)  
– **quantitativ**
- ▶ Denk- und Erklärungsmustern  
– **qualitativ**



# Pilotstudie

- ▶ Design & Methodologie



## Beobachtungen

- ▶ innermathematischen Kenntnissen, Fähigkeiten, Fertigkeiten (stufenbezogen und stufenübergreifend)
  - **quantitativ**
- ▶ Denk- und Erklärungsmustern
  - **qualitativ**

## Durchführung

- ▶ je 45min Bearbeitungszeit für A/B
- ▶ A/B an unterschiedlichen Tagen

## Stichprobe

- ▶ Ca 300 SchülerInnen der Klassenstufen 5-10
- ▶ K5-K9: 2-zügig, K10: 3-zügig

## Instrument

- ▶ schriftlicher „Fertigkeits-, Fähigkeits-, und Wissenstest“
- ▶ Items: Orientierung an den Inhalten aus dem Lehrplan Gymnasium Sachsen (2011) und an Schulbuchaufgaben (Elemente der Mathematik)
- ▶ **Instrument A** – ohne Werkzeuge zu lösen  
**Instrument B** – mit Hilfe von Geodreieck/Winkelmesser zu lösen
- ▶ Abfrage von Fertigkeiten und Fähigkeiten: Zuordnen, Analysieren, Argumentieren, Erklären, Identifizieren, Markieren, Schätzen, Begründen, Konstruieren, Berechnen, Messen, Zeichnen, Kennen, Analogisieren
- ▶ Stufenspezifische & Stufenübergreifende Items





# Pilotstudie

▶ Beispielitems



## Stufenübergreifend (A/B) – Klasse 5

Durch die geöffnete Schere sind Winkel erzeugt worden. Markiere die Winkel mit verschiedenen Farben und bezeichne sie.



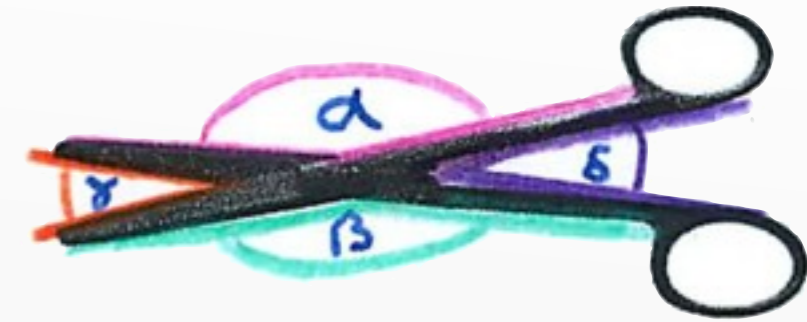
C

# Pilotstudie

▶ Beispielitems



## Stufenübergreifend (A/B) - Klasse 5



stumpfer Winkel  
spitzer Winkel



stumpfer Winkel  
spitzer Winkel



# Pilotstudie

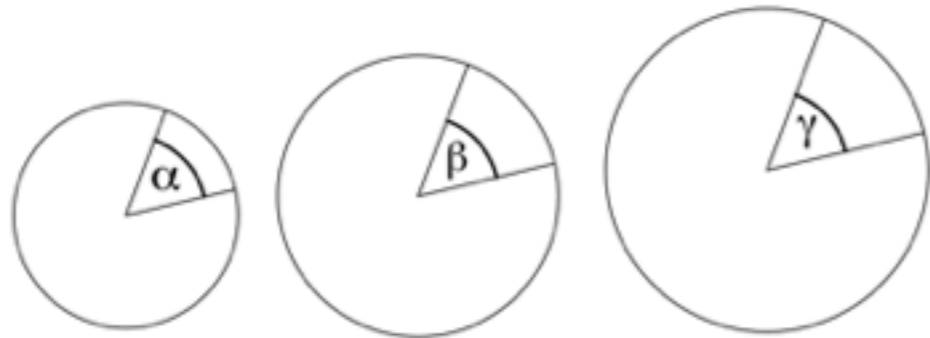
## ▶ Beispielitems



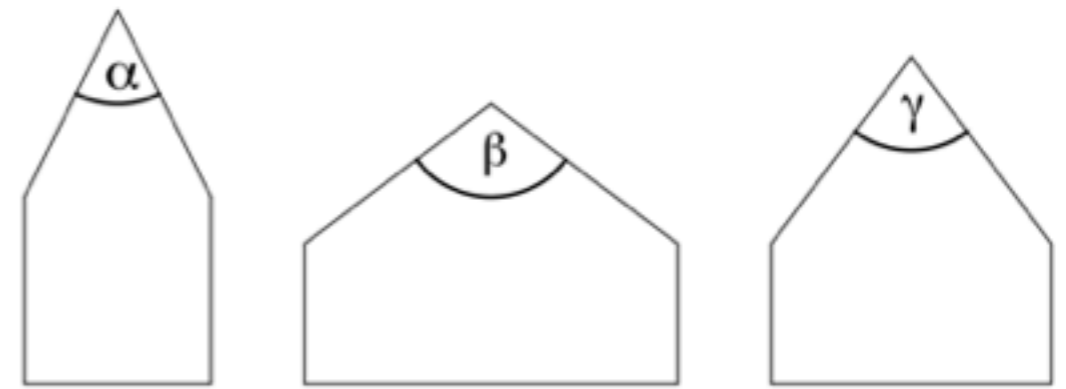
### Stufenübergreifend (A/B)

Vergleiche jeweils zwei Winkel miteinander. Trage dazu das richtige Zeichen ein: , , oder .

$\alpha$    $\beta$   
 $\beta$    $\gamma$   
 $\gamma$    $\alpha$



$\alpha$    $\beta$   
 $\beta$    $\gamma$   
 $\gamma$    $\alpha$





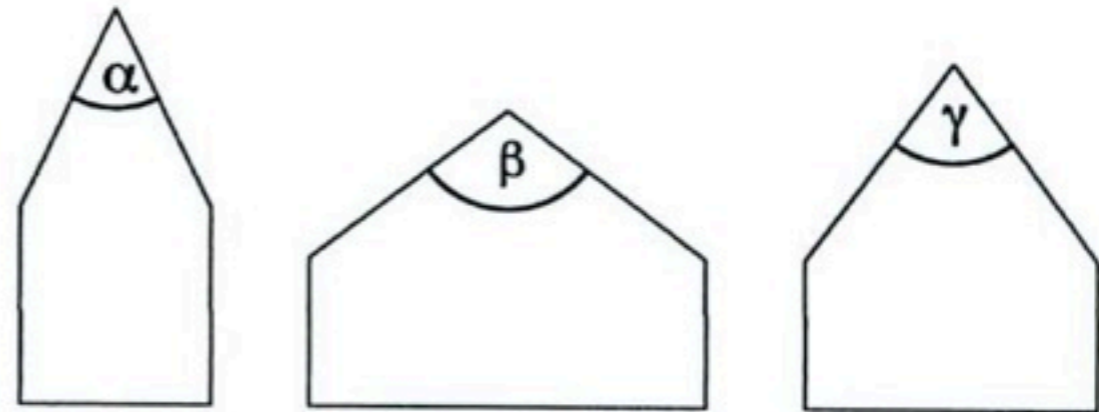
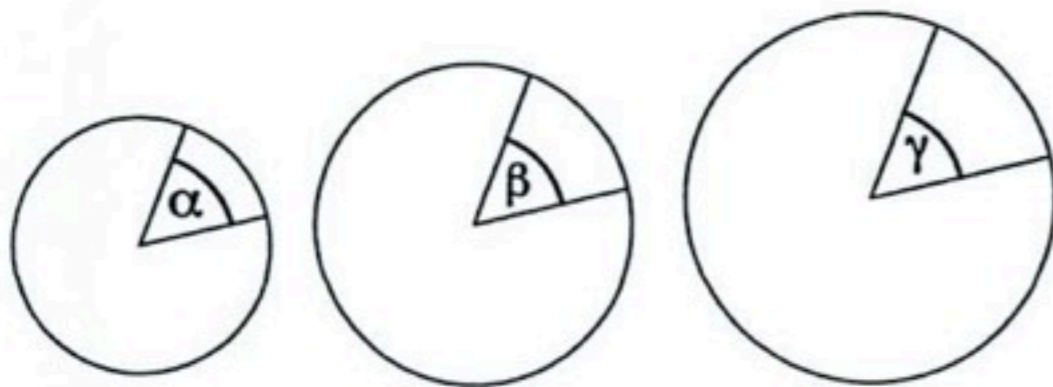
Stufenübergreifend (A/B)

Klasse 5

Vergleiche jeweils zwei Winkel miteinander. Trage dazu das richtige Zeichen ein:   $>$  ,   $<$  oder   $=$  .

$\alpha$    $\beta$   
 $\beta$    $\gamma$   
 $\gamma$    $\alpha$

$\alpha$    $\beta$   
 $\beta$    $\gamma$   
 $\gamma$    $\alpha$







# Pilotstudie

▶ Beispielitems

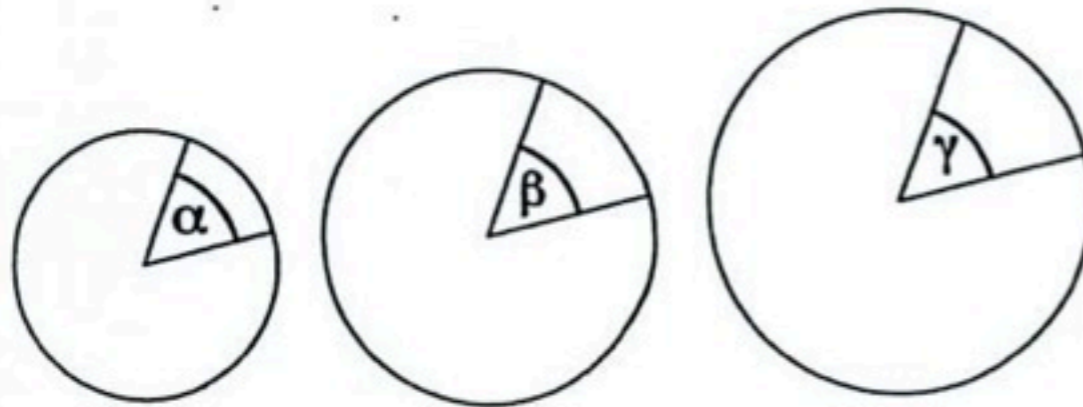


## Stufenübergreifend (A/B)

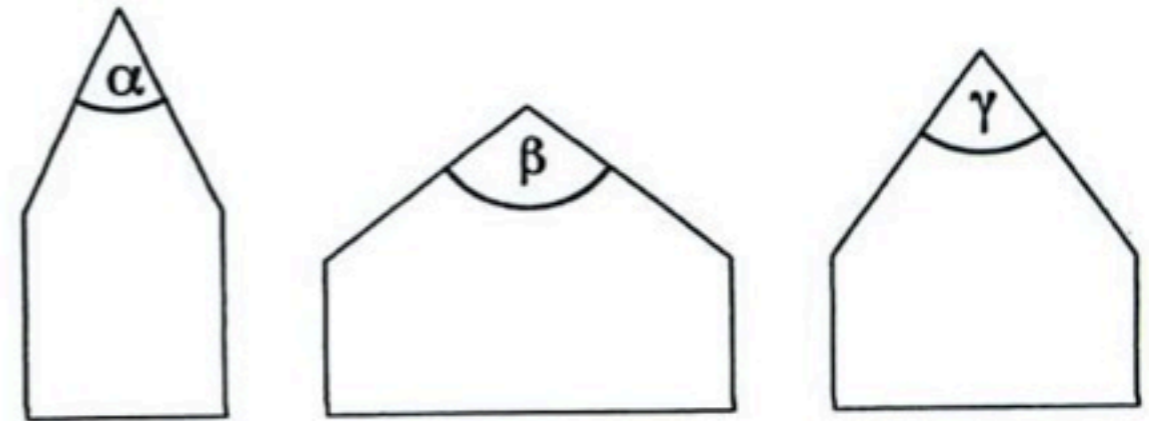
### Klasse 7

Vergleiche jeweils zwei Winkel miteinander. Trage dazu das richtige Zeichen ein:  $>$ ,  $<$  oder  $=$ .

$\alpha$    $\beta$   
 $\beta$    $\gamma$   
 $\gamma$    $\alpha$



$\alpha$    $\beta$   
 $\beta$    $\gamma$   
 $\gamma$    $\alpha$





# Pilotstudie

► Beispielitems



## Stufenübergreifend (A/B)

### Klasse 9

Vergleiche jeweils zwei Winkel miteinander. Trage dazu das richtige Zeichen ein: ,  oder .

$\alpha$    $\beta$

$\beta$    $\gamma$

$\gamma$    $\alpha$

$\alpha$    $\beta$

$\beta$    $\gamma$

$\gamma$    $\alpha$

C

# Pilotstudie

▶ Beispielitems



## Stufenübergreifend (A/B)

Klasse 10

Vergleiche jeweils zwei Winkel miteinander. Trage dazu das richtige Zeichen ein:   $>$ ,   $<$  oder   $=$ .

$\alpha$   $\beta$   
 $\beta$   $\gamma$   
 $\gamma$   $\alpha$

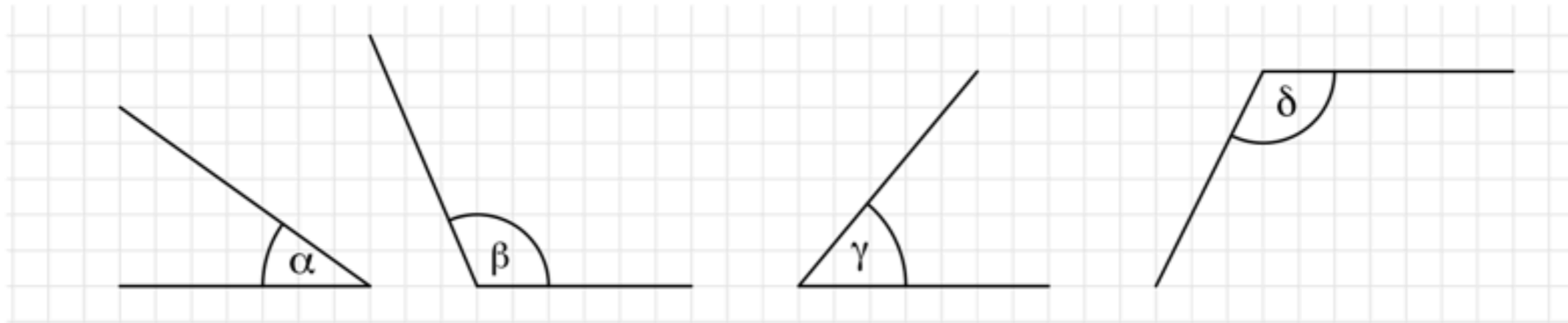
$\alpha$   $\beta$   
 $\beta$   $\gamma$   
 $\gamma$   $\alpha$

The diagram shows two sets of geometric figures for comparison. On the left, three circles of increasing size are shown, each with a central angle marked:  $\alpha$  in the smallest circle,  $\beta$  in the medium circle, and  $\gamma$  in the largest circle. On the right, three house-shaped polygons (pentagons) of increasing size are shown, each with an angle marked at the top:  $\alpha$  in the smallest,  $\beta$  in the medium, and  $\gamma$  in the largest. A vertical line separates the two sets. Above the figures, instructions in German ask to compare two angles and choose the correct symbol:  $>$ ,  $<$ , or  $=$ . Two sets of angle symbols are provided for reference: the first set shows  $\alpha$  <  $\beta$ ,  $\beta$  <  $\gamma$ , and  $\gamma$  <  $\alpha$ ; the second set shows  $\alpha$  >  $\beta$ ,  $\beta$  >  $\gamma$ , and  $\gamma$  >  $\alpha$ .



## Stufenübergreifend (A/B)

Schätze die Winkelgrößen:

 $\alpha =$   $\beta =$   $\gamma =$   $\delta =$  

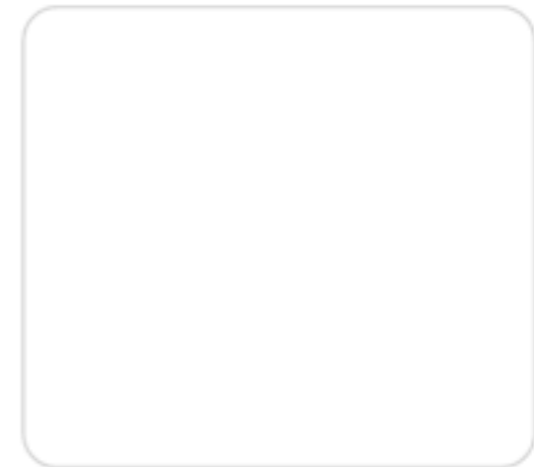
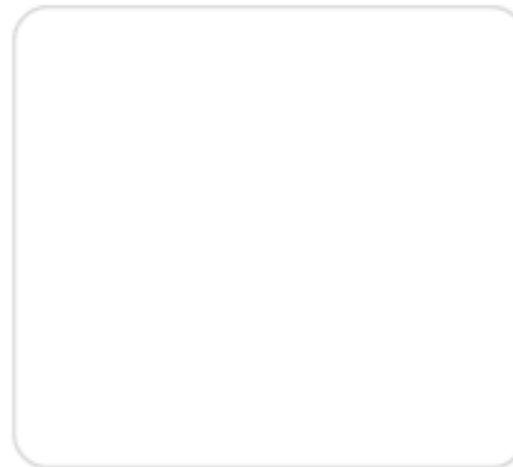
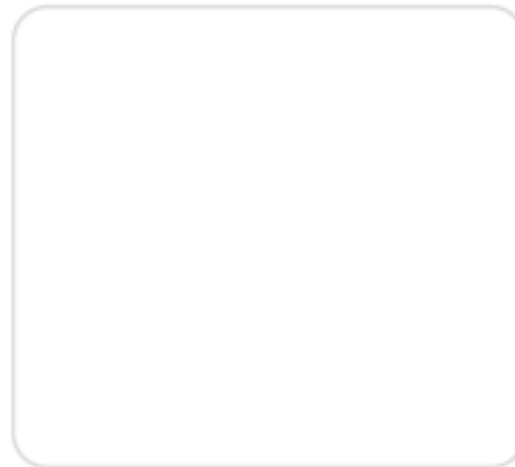
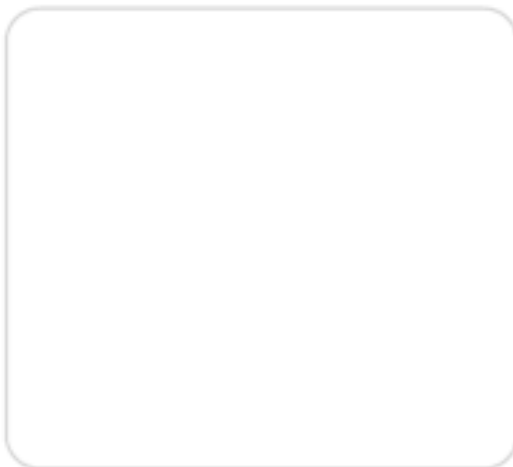
Zeichne und markiere den Winkel mit der angegebenen Größe nach Augenmaß. Benutze ein Lineal.

a) 30°

b) 105°

c) 185°

d) 260°





# C

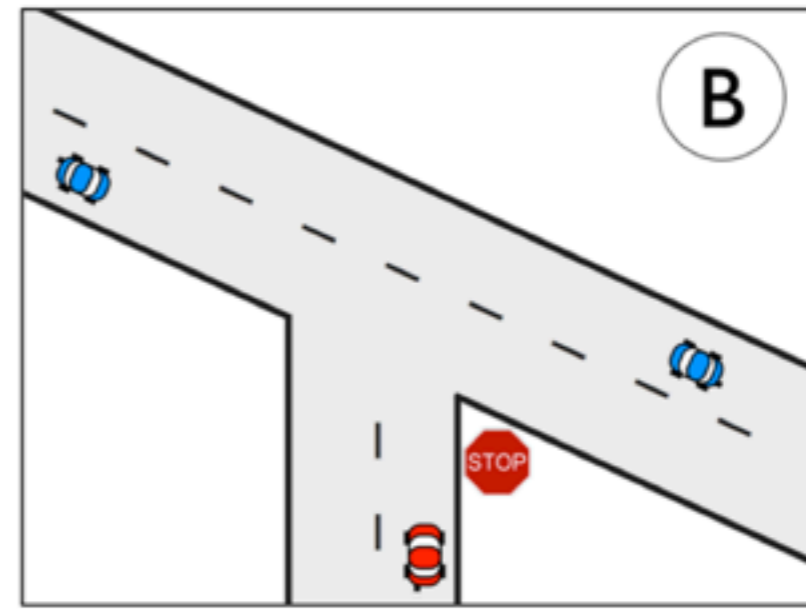
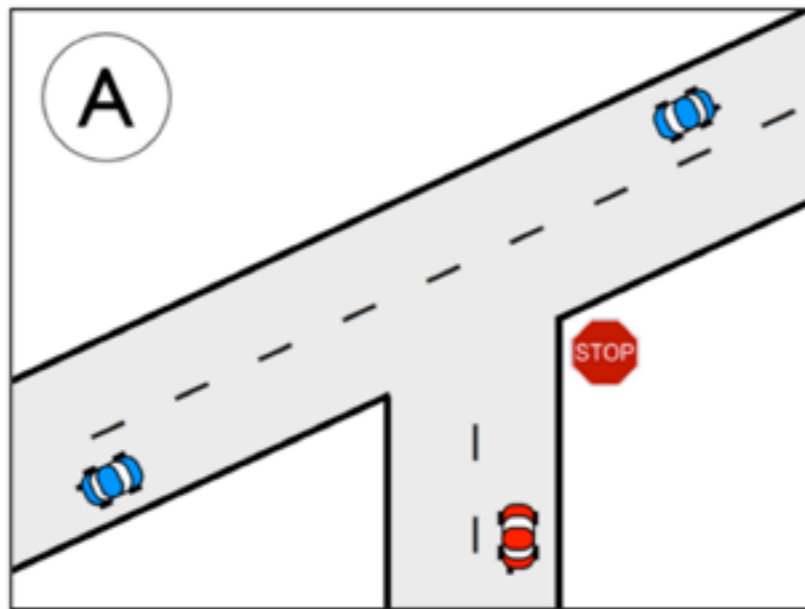
## Pilotstudie

### ▶ Beispielitems



## Stufenübergreifend (A/B)

Welche der beiden Kreuzungen ist beim Rechtsabbiegen des von unten kommenden Autos ungefährlicher?  
Kreuze an und begründe deine Auswahl.



---

---

---

---

C

## Pilotstudie

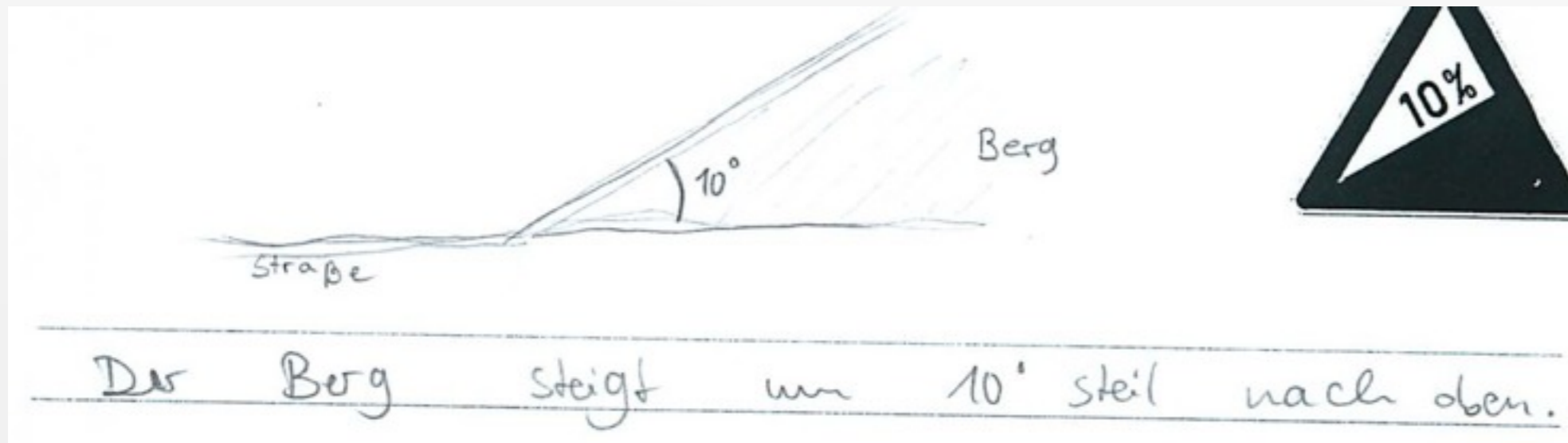
► Beispielitems



### Stufenspezifisch – Klasse 9/10

Was bedeutet eine Steigung von 10% ?

K9



Wenn ein Auto nach 100m Strecke 10m weiter oben (über ~~m~~) ist, dann ist eine Steigung von 10% vorhanden.

C

# Pilotstudie

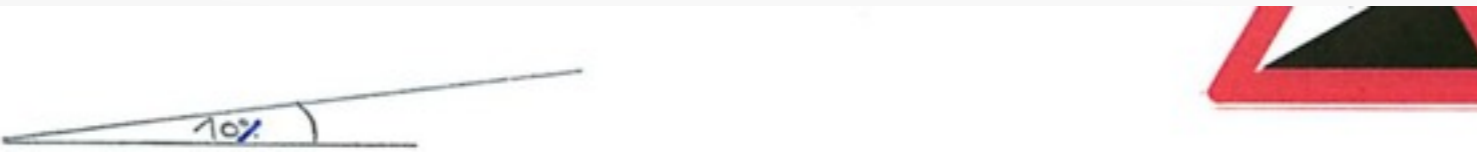
► Beispielitems



## Stufenspezifisch - Klasse 9/10

Was bedeutet eine Steigung von 10% ?

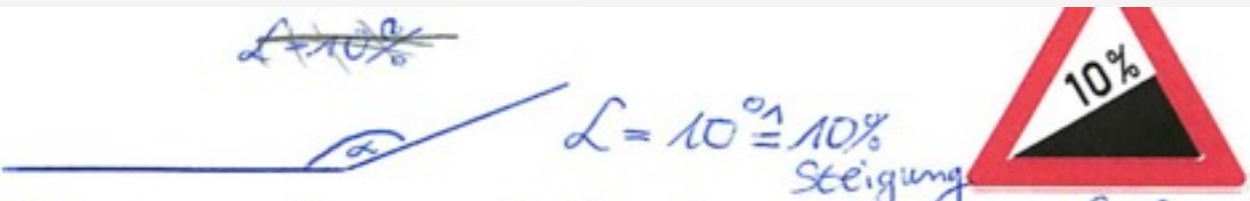
K10



Das heißt das es eine Steigung von 10% von 360° gibt. Also  $360^\circ \cdot 10\%$ .

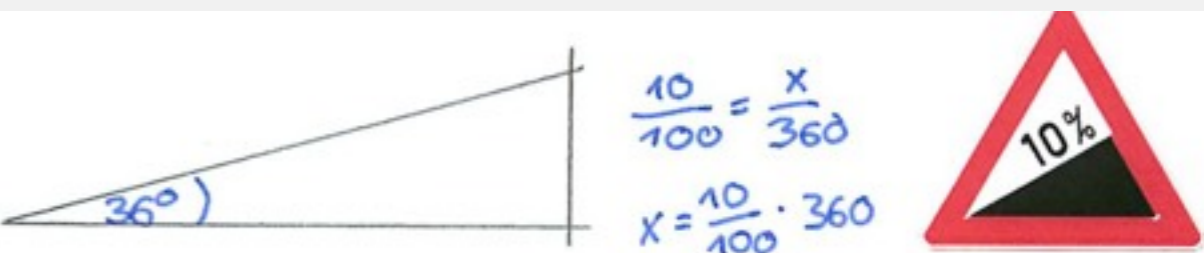


~~L = 10%~~



$L = 10^\circ \hat{=} 10\%$  Steigung

10% Steigung bedeutet, das der Winkel „L“ gleich  $10^\circ$  groß ist.



$\frac{10}{100} = \frac{x}{360}$

$x = \frac{10}{100} \cdot 360$

$x = \frac{1}{10} \cdot \frac{360}{1} = \frac{360}{10} = \frac{36}{1} = \underline{\underline{36^\circ}}$

Der Boden ~~ist~~ steigt (von 100%) 10%.



## Pilotstudie

▶ Anna-Briefe



Welche Vorstellungen liegen den SchülerInnen zur Winkelgröße  $1^\circ$  zugrunde?

### Anna Brief (nach Thomas Jahnke)

- ▶ „Für eine Hochschulveranstaltung für Lehramtstudierende habe ich Anna-Briefe geschrieben. Anna habe ich mir als ein aufgewecktes, etwa 12-jähriges Mädchen vorgestellt, die eine Lehramtstudentin um Rat fragt. Aufgabe meiner Studentinnen war es, jede Woche einen solchen Brief zu beantworten.“
- ▶ Ich denke, diese Idee eignet sich auch für die Schule. Man kann die Briefe entsprechend umformulieren oder sich besser noch selbst welche zum gerade behandelten Unterrichtsstoff ausdenken. Wenn Sie in Kompetenzen denken (wollen), so geht es hier um Kommunizieren und Argumentieren.“

**Jahnke, T. 2008**





## Pilotstudie

▶ Anna-Briefe



### Anna Brief (nach Thomas Jahnke)

▶ K5 – K9

Liebe/r ...

gestern haben wir im Matheunterricht Winkel wiederholt. Da wollte unsere Lehrerin von uns wissen, was denn  $1^\circ$  ist. Mit der Frage war ich total überfordert. Ich weiß zwar, dass wir das ständig benutzt haben, aber jetzt genau zu erklären, was  $1^\circ$  bedeutet, bekomme ich nicht hin. Kannst du mir das bitte erklären? Vielleicht kannst du auch eine Skizze dazu malen.

Danke und liebe Grüße  
deine Anna



▶ **K10:** Erweiterung um Begriff „Bogenmaß“

Liebe/r ...

gestern haben wir im Matheunterricht Winkel und Bogenmaß wiederholt. Da wollte unsere Lehrerin von uns wissen, was denn  $1^\circ$  ist. Mit der Frage war ich total überfordert. Ich weiß zwar, dass wir das ständig benutzt haben, aber jetzt genau zu erklären, was  $1^\circ$  bedeutet, bekomme ich nicht hin. Kannst du mir das bitte erklären? Vielleicht kannst du auch eine Skizze dazu malen.

Danke und liebe Grüße  
deine Anna





## Elemente der Mathematik, 2007 G8

Der 360. Teil eines Vollwinkels hat die Größe **1 Grad** (geschrieben  $1^\circ$ ). Seine Öffnungsweite ist nur sehr gering; man kann die beiden Schenkel erst in einiger Entfernung vom Scheitelpunkt voneinander unterscheiden.

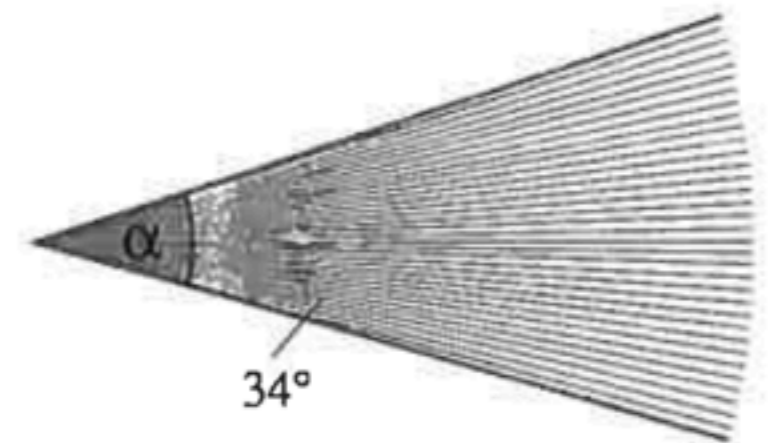
*Einheitswinkel der Größe  $1^\circ$  (Öffnungsweite  $1^\circ$ )*

$1^\circ$

Der Winkel  $\alpha$  hat die Größe  $34^\circ$ .

Das bedeutet: Der Winkel  $\alpha$  ist so groß, wie 34 Winkel von  $1^\circ$  zusammen ergeben.

$34^\circ$  ist ein Maß für die Öffnungsweite des Winkels.



*Beachte:*

Wir haben  $\alpha$  als Bezeichnung für einen Winkel eingeführt. Wir wollen den griechischen Buchstaben aber auch für die Größe dieses Winkels benutzen und schreiben  $\alpha = 34^\circ$ .

$$\alpha = 34^\circ$$

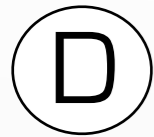
↑
↑  
 Maßzahl    Maßeinheit



# D

## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)

- ▶ Vorstellungen und Fehlkonzepte
- ▶ Interpretationen




## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

► „Teil eines Kreises“

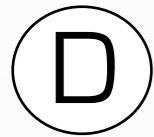
K5

Liebe Anna  
Also ich erkläre es dir so in einem Kreis sind  $360^\circ$ . Also ein ganzes.  
Und ein winzig kleines Teil von diesem ganzen ist ein Grad. Wenn man also den Kreis in 360 Stücke teilt ist ein  Stücke  $1^\circ$ .

K5

$1^\circ$  ist ein Teil von 360 Teilen. Es ist so groß wie ein mm.






## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)

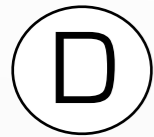


### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“ (dynamischer Aspekt)

Hallo Anna,  
 $1^\circ$  ist ein sehr kleiner Winkel!  
es bedeutet wenn du auf der einen  
Linie ~~steht~~  steht musst  
du deinen Kopf  $1^\circ$  drehen um  
die andere Linie anschauen.

K6



## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“ (dynamischer Aspekt)

liebe Anna,  
Grad ist eine Größe, welche beschreibt wie weit eine Gerade  
von einer anderen weg gedreht ist.  
Mit freundlichen Grüßen  
Gerty Paschold.

K10

# D Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



## Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“

$1^\circ$  ist nach  $0^\circ$  die kleinste Winkelgröße die es gibt.

K6

$1^\circ$  ist der kleinste Winkel

K7

$1^\circ$  ist ~~da~~ ja die Angabe um Winkel zu messen und anzugeben.

K9

$1^\circ$  ist der kleinste Winkel der entstehen kann.

Grad beschreibt den Winkel in dem zwei Geraden sich schneiden.  $1^\circ$  ist die kleinste Einheit.

K8

# D Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



## Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“

$$1^\circ = \frac{1}{100}$$

$1^\circ = 1$  Seil von 100 Seilen



K5



## D Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“

1% ist  $1^\circ$  von einem Vollwinkel.

K5

# D Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)

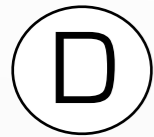


## Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“

Also ~~10 ist~~ 10 ist ein Teil  
die ein Kreis ~~Maßzahl~~, heißt wenn du  
ist ein Grad 3,6 darstellt, das insgesamt 3600 beträgt,

K9



## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)

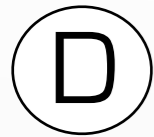


### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“

Das Bogenmaß hat man bei Kreisen. Ein Kreis hat ein Bogenmaß von  $360^\circ$ .  $1^\circ$  sind  $\frac{1}{360}$  der Fläche von einem Kreis im Bogenmaß. Also entsprechen  $1^\circ$  eines Kreis  $0,28\%$  eines Kreises.

K10



## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“
- ▶ „Abstand“

Also  $1^\circ$  ist der **abstand** zwischen einem kleinen Strich zum nächsten kleinen Strich.

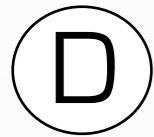
K5

Liebe Anna,

$1^\circ$ , dass ist der **Abstand** zwischen zwei Geraden die miteinander verbunden sind. Das nennt man Winkel.

K6



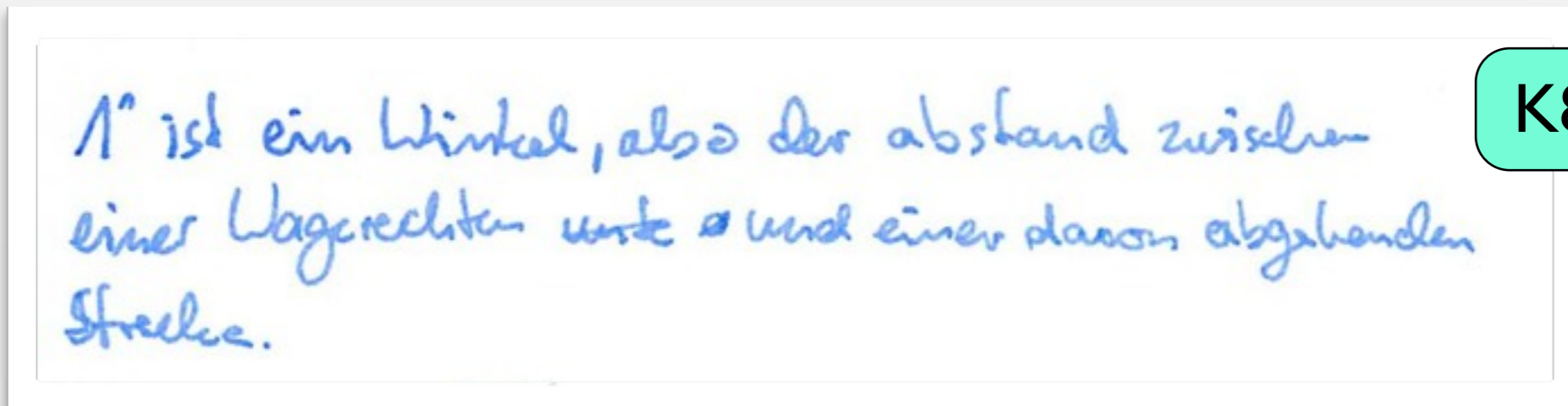
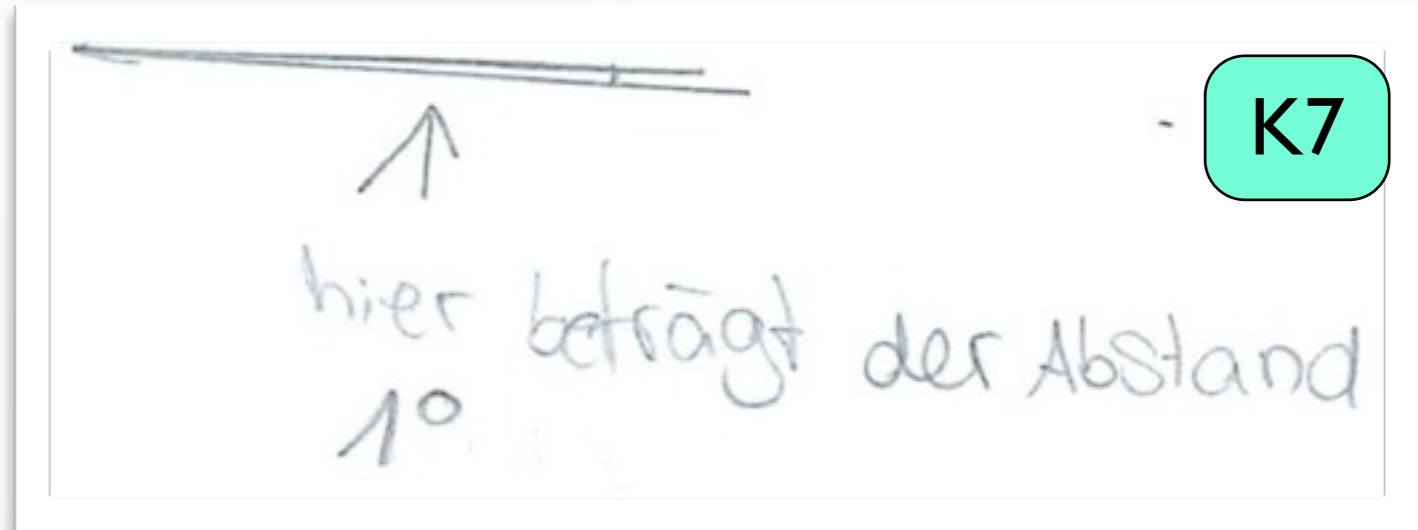


# Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



## Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“
- ▶ „Abstand“



# D

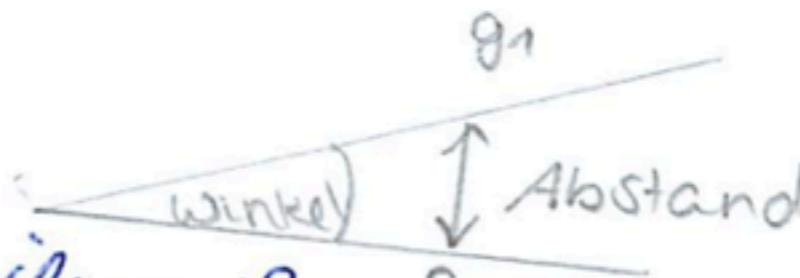
## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“
- ▶ „Abstand“

Liebe Anna,  
Winkel ist der Abstand zweier Geraden, die  
sich an einem Punkt berühren



Man kann ihn zBsp  
mit einem Geodreieck messen.  
Mit  $10$  ist als ein Winkel gemeint

K8

# D


## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“
- ▶ „Abstand“

Liebe Anna,

Grad  $\hat{=}$  bedeutet das <sup>Geraden</sup> 2-Gebilde von ihrem Schnittpunkt aus, auseinander bewegen. Dabei wird ~~der~~ der Abstand immer größer (). Um anzugeben welcher Abstand beide Geraden also was einander haben kann man ja nicht einfach sagen ... an oder so. Man braucht eine Einheit also den Exponentiellen Abstand der Geraden beschreibt  $\rightarrow$  Grad.

$1'$  ist ein sehr geringer Abstand zweier Geraden <sup>die</sup> ~~berührt~~ sich von ihrem Schnittpunkt aus immer weiter vergrößert. (flexmapid)

1256 GrP  
18cD

**K10**



# D Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



## Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“
- ▶ „Abstand“

Grad ist eine andere Einheit neben z.B. Meter. Mit Grad wird im Mathematikunterricht Dreiecke und Kreise angegeben.

Es gibt ja ganz verschiedene Dreiecke. Einige sind stumpfwinklig



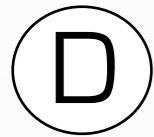
andere besitzen einen spitzen Winkel, z.B.



Da man aber mit Meter bei einem Dreieck nicht wüsste, ob es stumpf oder spitz ist, benutzt man Winkel.  $1^\circ$  entspricht etwa einem 1cm.

K10





## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)

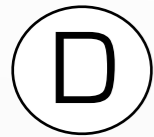


### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“
- ▶ „Abstand“
- ▶ „Anstieg“

$1^\circ$  bedeutet auf einer Strecke von 10cm einen Anstieg von 3mm.

K9



# Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



## Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

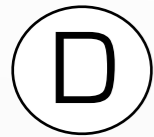
- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“
- ▶ „Abstand“
- ▶ „Anstieg“



d.h. der Winkel ist ein  $1^\circ$  aufgeklappt.

Vielleicht beantwortet ja das deine Frage (was ich aber nicht glaube).

K6

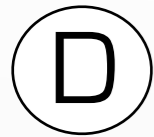


## Erste Ergebnisse (Anna-Briefe)



### Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“
- ▶ „Abstand“
- ▶ „Anstieg“
- ▶ „Öffnung“
- ▶ „Lücke“
- ▶ „Neigung“
- ▶ „Spalte“
- ▶ „Spitze“
- ▶ ...



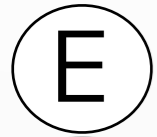
## Grundvorstellungen zur Winkelgröße $1^\circ$

- ▶ „Teil eines Kreises“
- ▶ „Blickrichtung“
- ▶ „kleinste Einheit“
- ▶ „Prozent-Anteil“
- ▶ „Abstand“
- ▶ „Anstieg“
- ▶ „Öffnung“
- ▶ „Lücke“
- ▶ „Neigung“
- ▶ „Spalte“
- ▶ „Spitze“
- ▶ ...
- ▶ vielseitige Deutungen möglich, daher...
- ▶ differenzierterer „Blick“ notwendig (Interviews)
- ▶ Herkunft der Vorstellungen teilweise ungeklärt
- ▶ Vorwissen wird übertragen aufgrund ähnlicher Darstellungsformen. Diese führen beim Schüler nicht zum Widerspruch ( $\%$  und  $^\circ$  - Kreisdarstellung)
- ▶ Schüler formulieren Widersprüche, erkennen diese aber nicht bzw. hat dieser keine Bedeutung für den Schüler in der neuen Situation

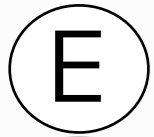




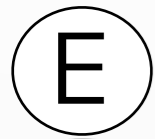
## **Ausblick**



# Winkel konstruktiv unterrichten und lernen



# Wikul



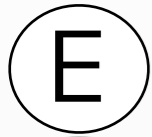
## Wikul

- ▶ **WIKUL** = **W**inkel **k**onstruktiv **u**nterrichten und **l**ernen (Kooperation der UPB & MLU )
- ▶ Ziel: Begriffsbildung im Mathematikunterricht zum Thema Winkel unter Berücksichtigung neuer Medien
- ▶ **WIKUL**-Test = Kompetenzorientiertes Diagnoseinstrument zum Winkelverständnis
- ▶ **WIKUL**-App zur Diagnose der Winkelvorstellungen

### Lehr– Lernkonzept

- ▶ didaktische Grundlegung für an Grundvorstellungen orientierte Begriffsbildungsprozesse zum Thema Winkel
- ▶ Sensibilisierung für und Entwicklung von differenziertem Material zur systematischen Begriffseinführung
- ▶ Einbeziehen neuer Medien als Werkzeug und Arbeitsmittel zur Vermittlung und Unterstützung von Grundideen





Keiner versteht mathe.  
Nimm es einfach so hin, irgendwie  
wenn es ja zu  
was gut sein.

**Wikul** wird das ändern!