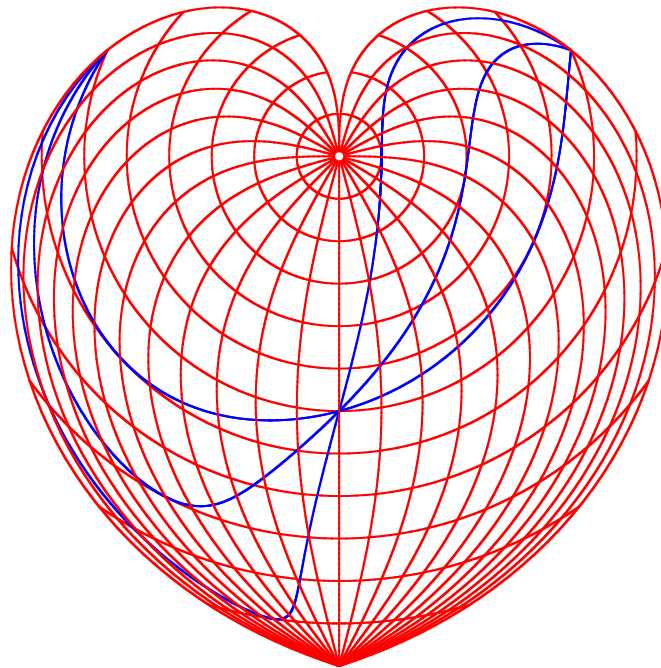


Hans Walser

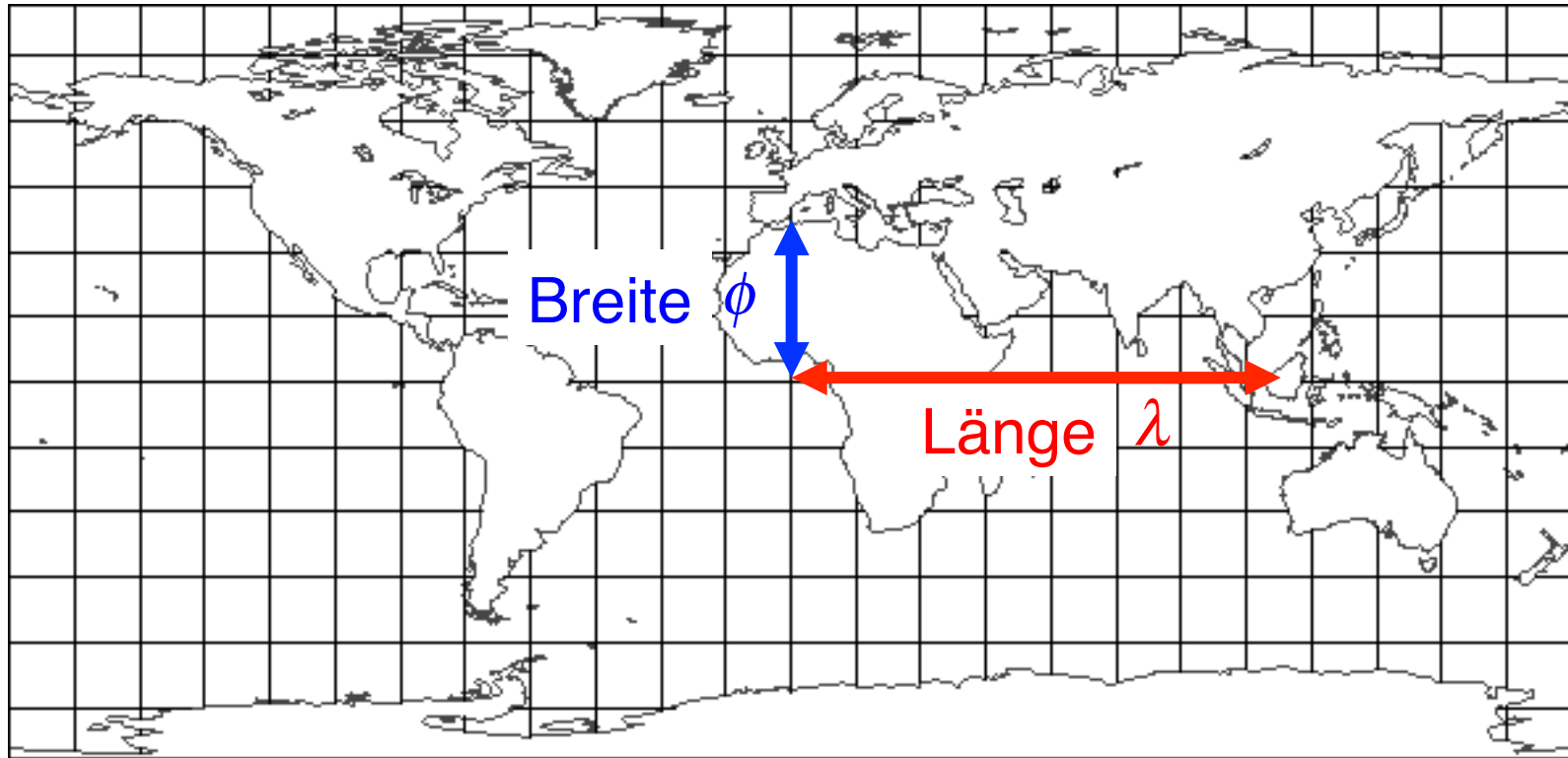
Maßstab 1:1

Geometrie für Geomatiker



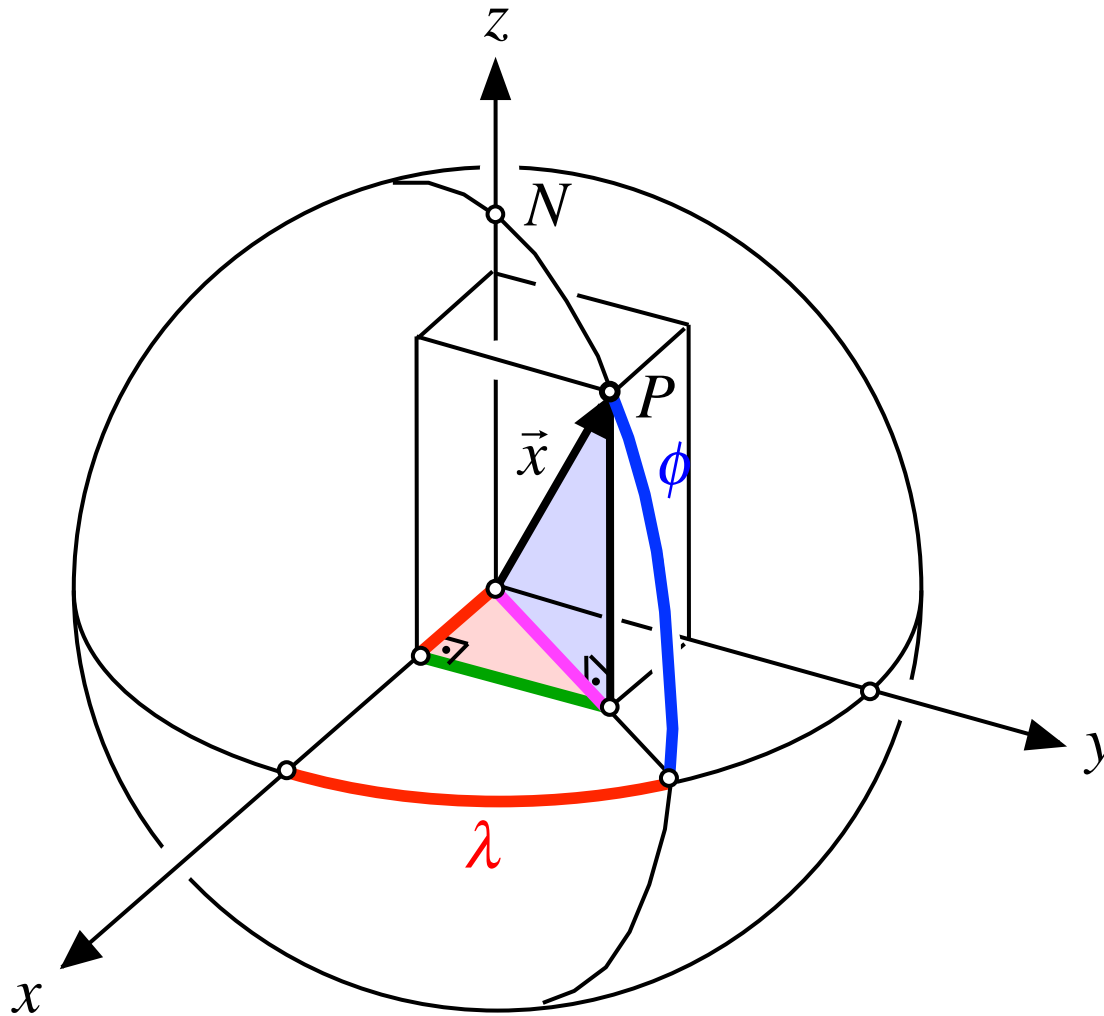
www.walser-h-m.ch/hans

Längen oder Winkel?



(Quadratische) Plattkarte

Längen oder Winkel?



$$r = 1$$

$$x = \cos(\phi) \cos(\lambda)$$

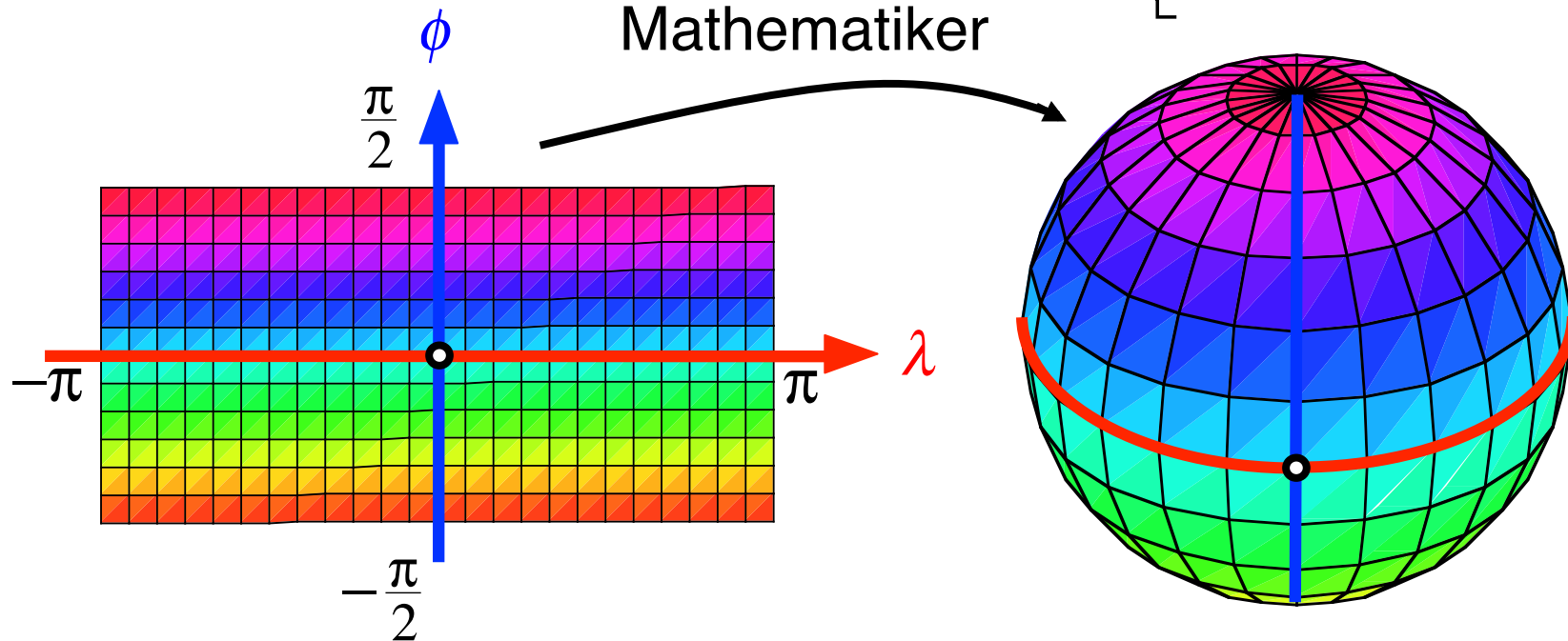
$$y = \cos(\phi) \sin(\lambda)$$

$$z = \sin(\phi)$$

Einheitskugel in Parameterdarstellung

$$\phi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \lambda \in [-\pi, \pi]$$

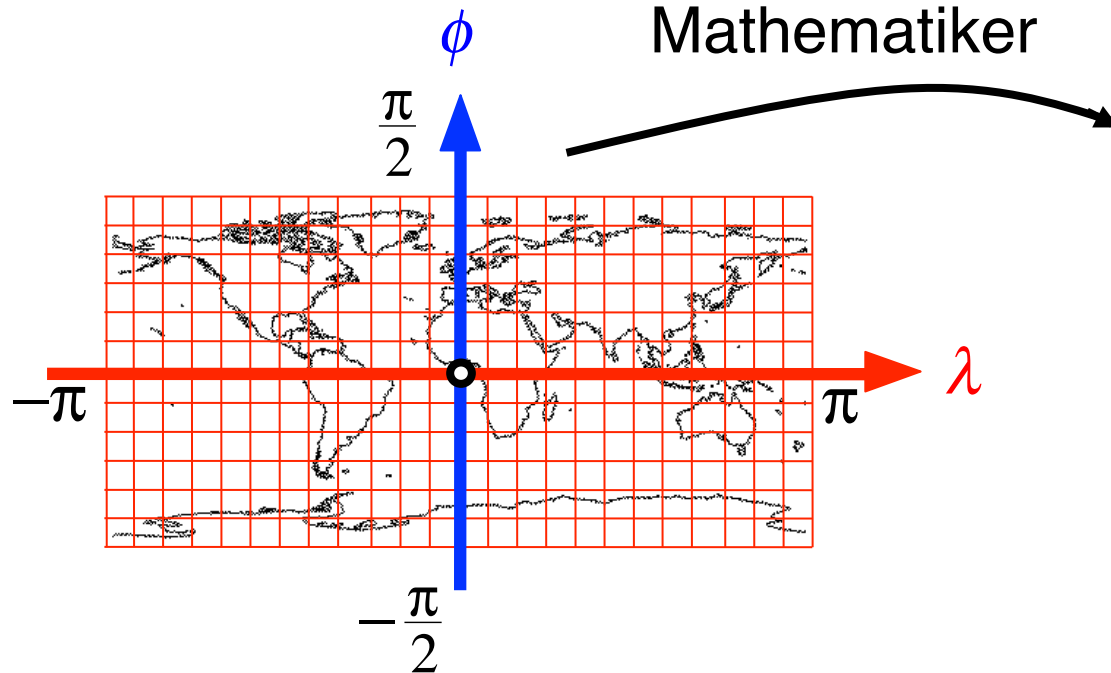
$$\vec{x}(\phi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\phi)\cos(\lambda) \\ \cos(\phi)\sin(\lambda) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix}$$



Plattkarte

$$\phi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \lambda \in [-\pi, \pi]$$

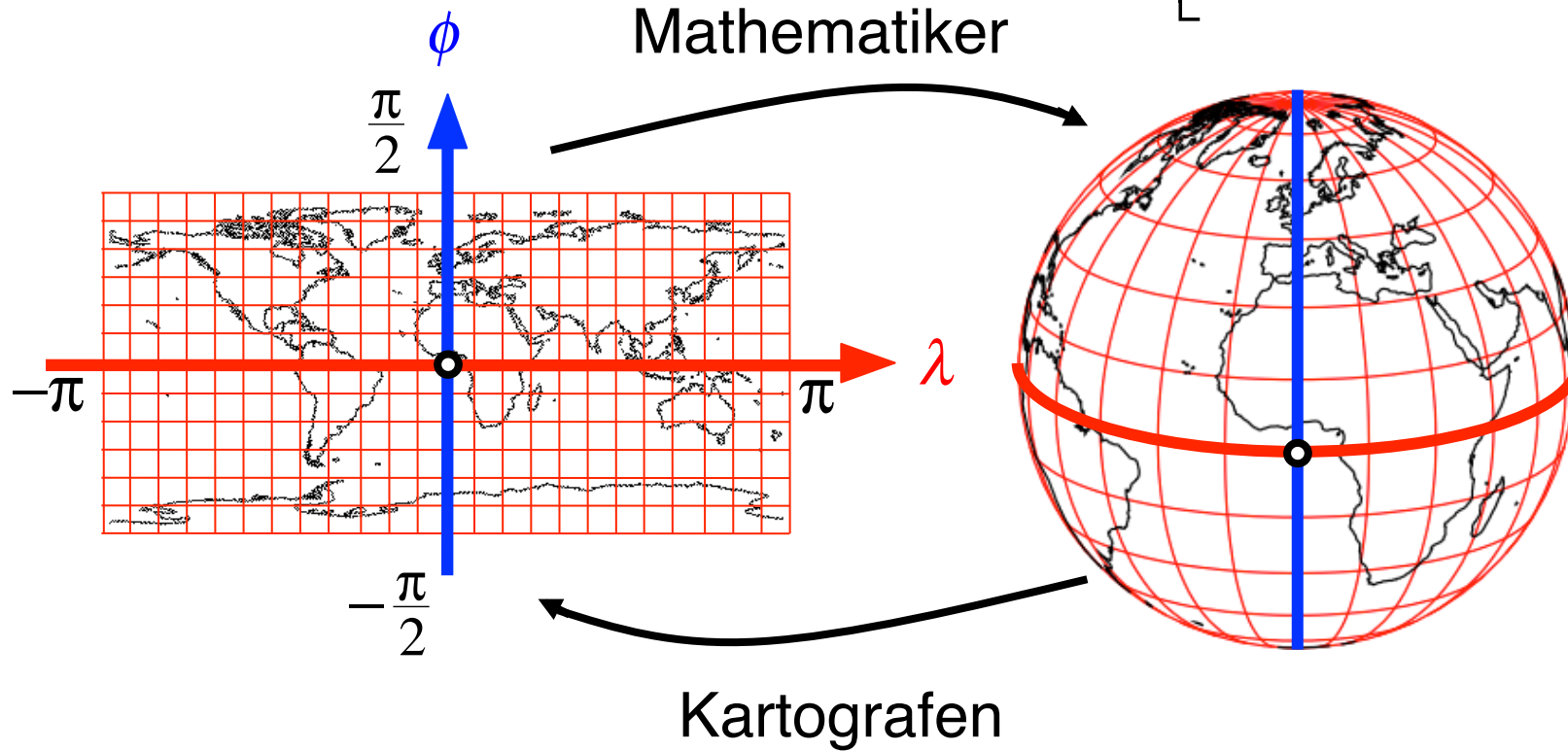
$$\vec{x}(\phi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\phi)\cos(\lambda) \\ \cos(\phi)\sin(\lambda) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix}$$



Plattkarte

$$\phi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \lambda \in [-\pi, \pi]$$

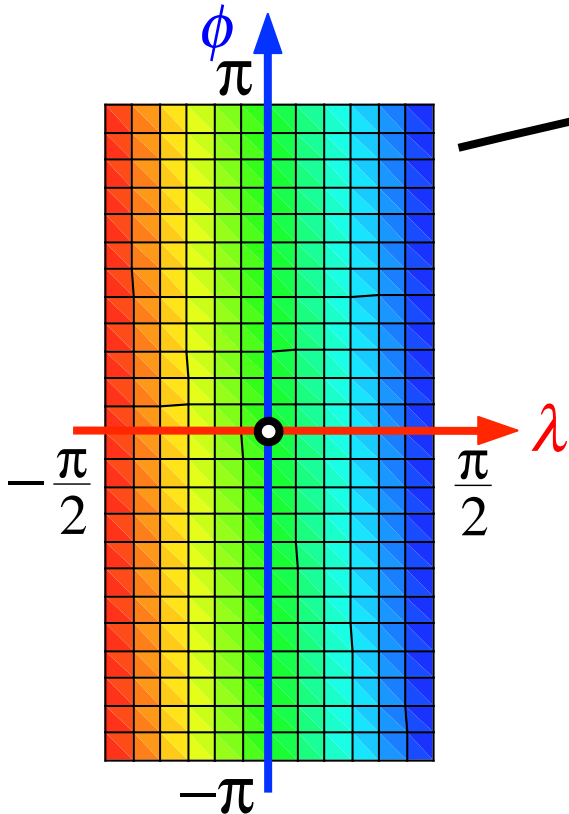
$$\vec{x}(\phi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\phi)\cos(\lambda) \\ \cos(\phi)\sin(\lambda) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix}$$



Idee eines Schülers:
Plattkarte Hochformat

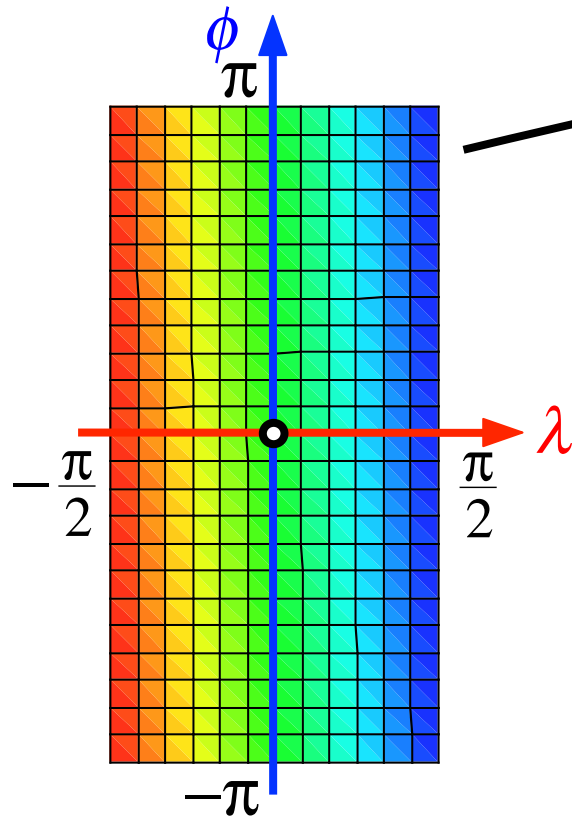
$$\phi \in [-\pi, \pi], \lambda \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\vec{x}(\phi, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos(\phi)\cos(\lambda) \\ \cos(\phi)\sin(\lambda) \\ \sin(\phi) \end{bmatrix}$$

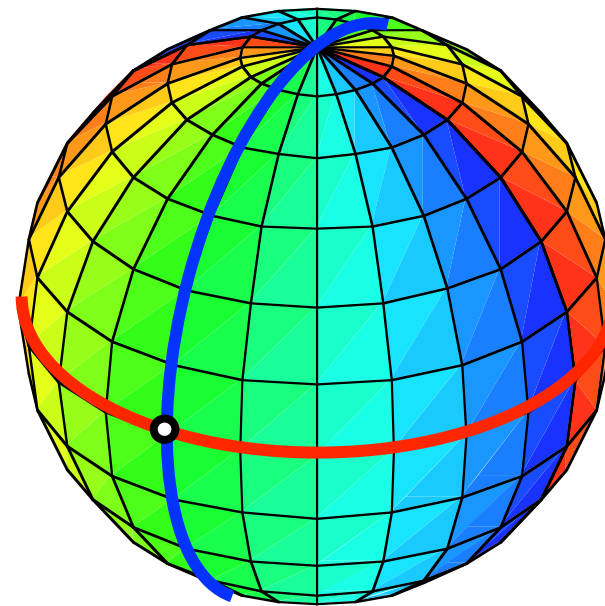


Idee eines Schülers:
Plattkarte Hochformat

$$\phi \in [-\pi, \pi], \lambda \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

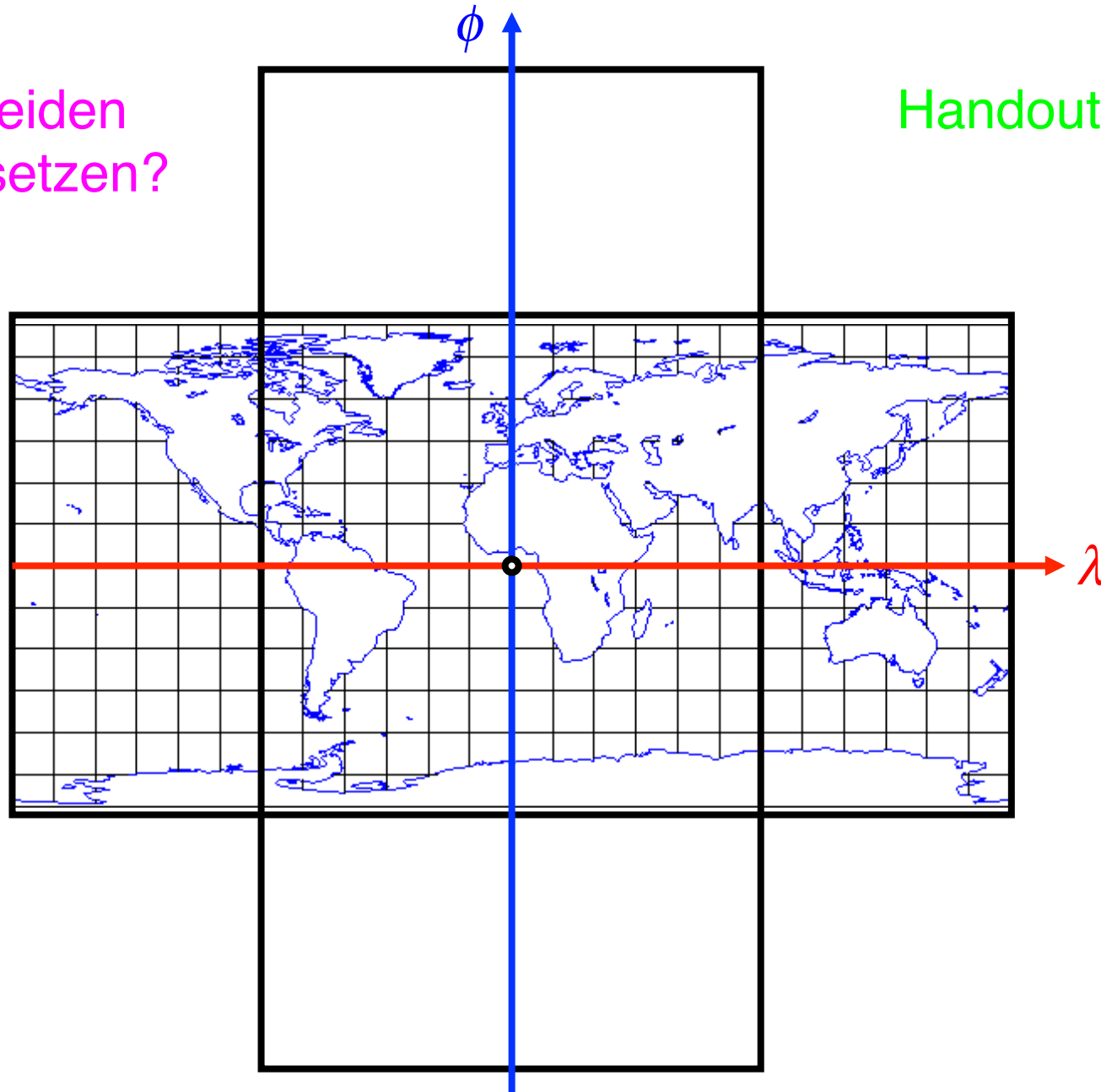


```
> plot3d([      cos(phi)*cos(lambda),  
              cos(phi)*sin(lambda),  
              sin(phi)],  
phi = -Pi..Pi, lambda = -Pi/2..Pi/2,  
grid = [25,13]);
```



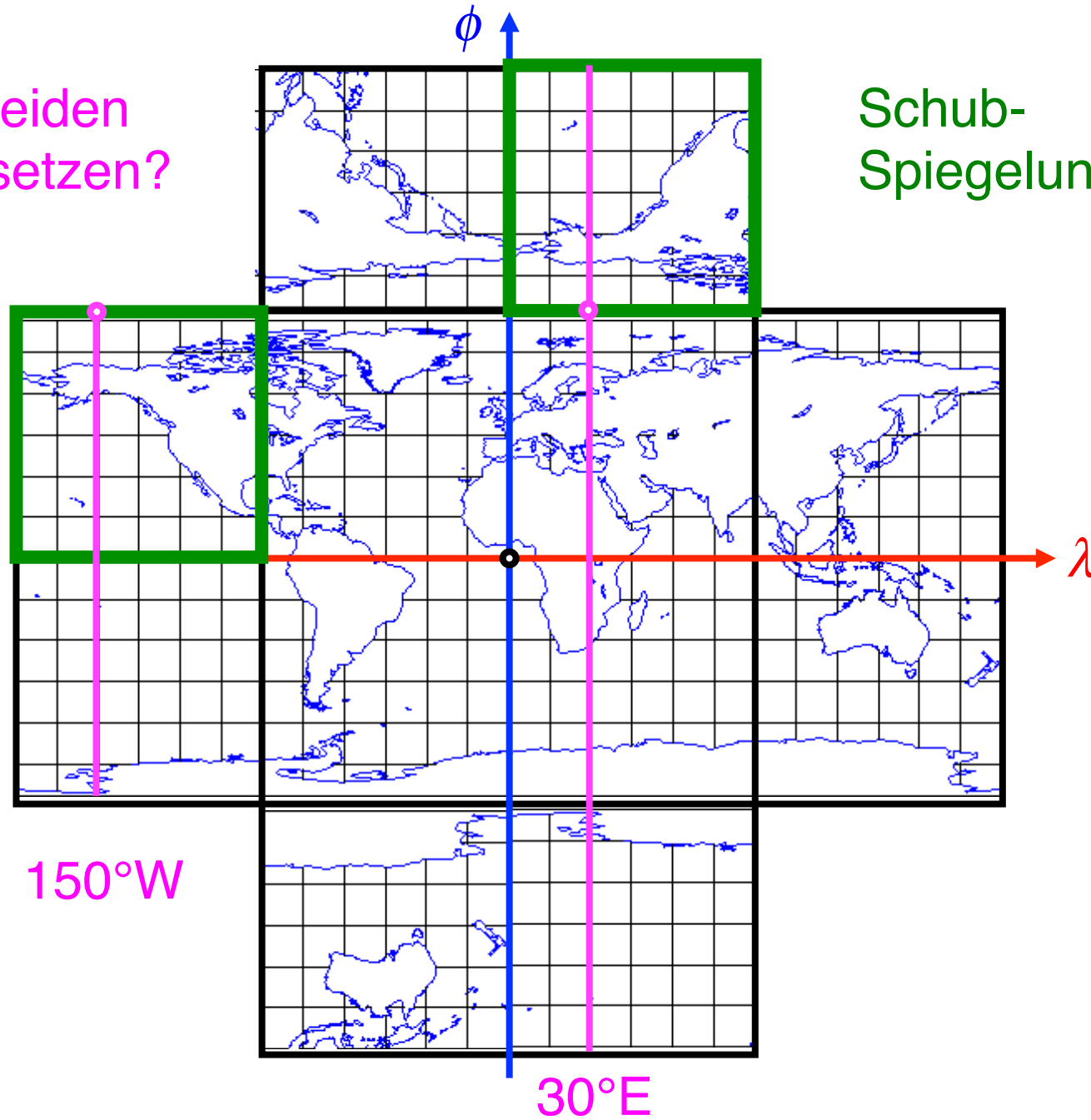
Abschneiden
und ansetzen?

Handout

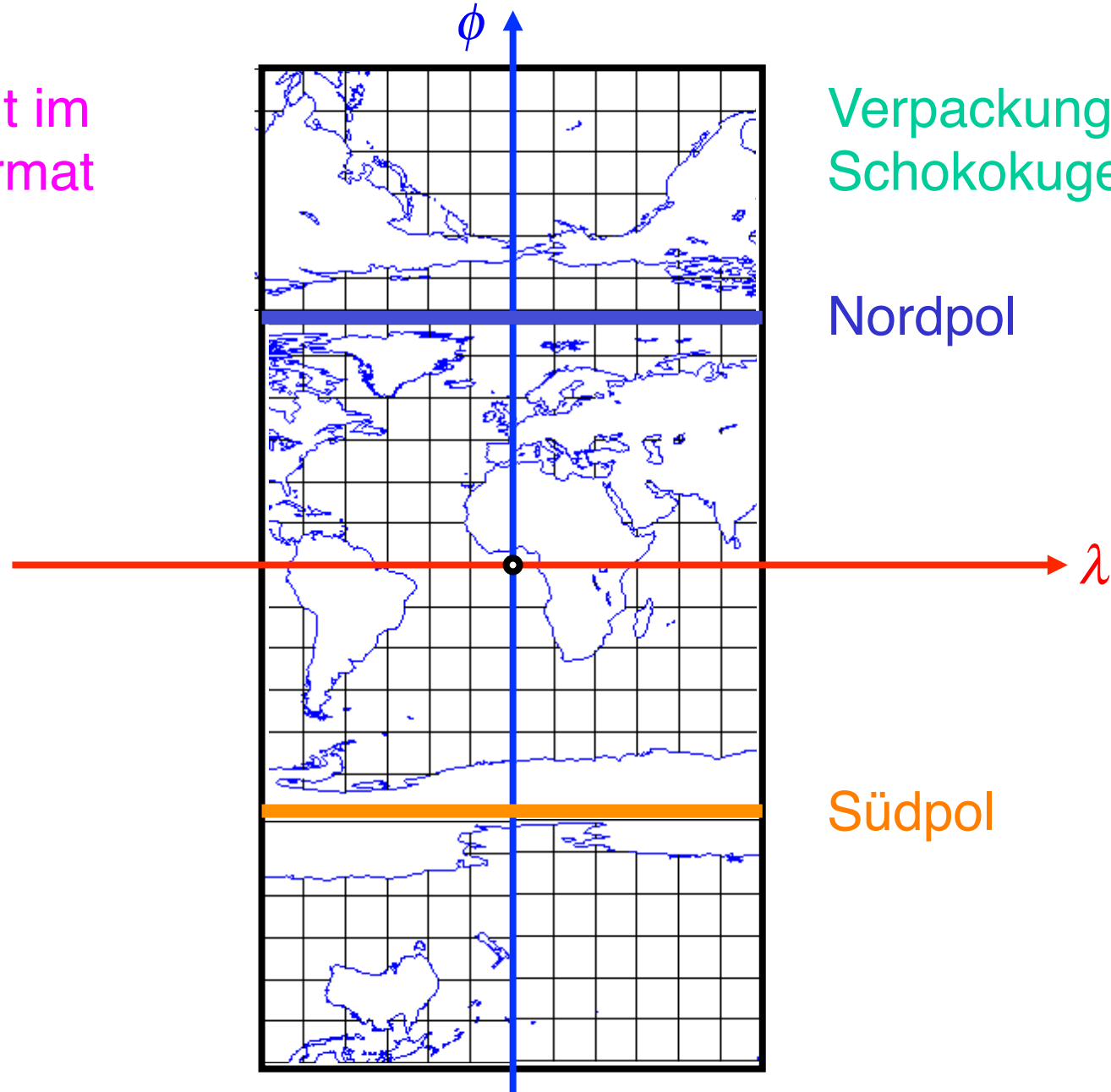


Abschneiden
und ansetzen?

Schub-
Spiegelung



Die Welt im Hochformat

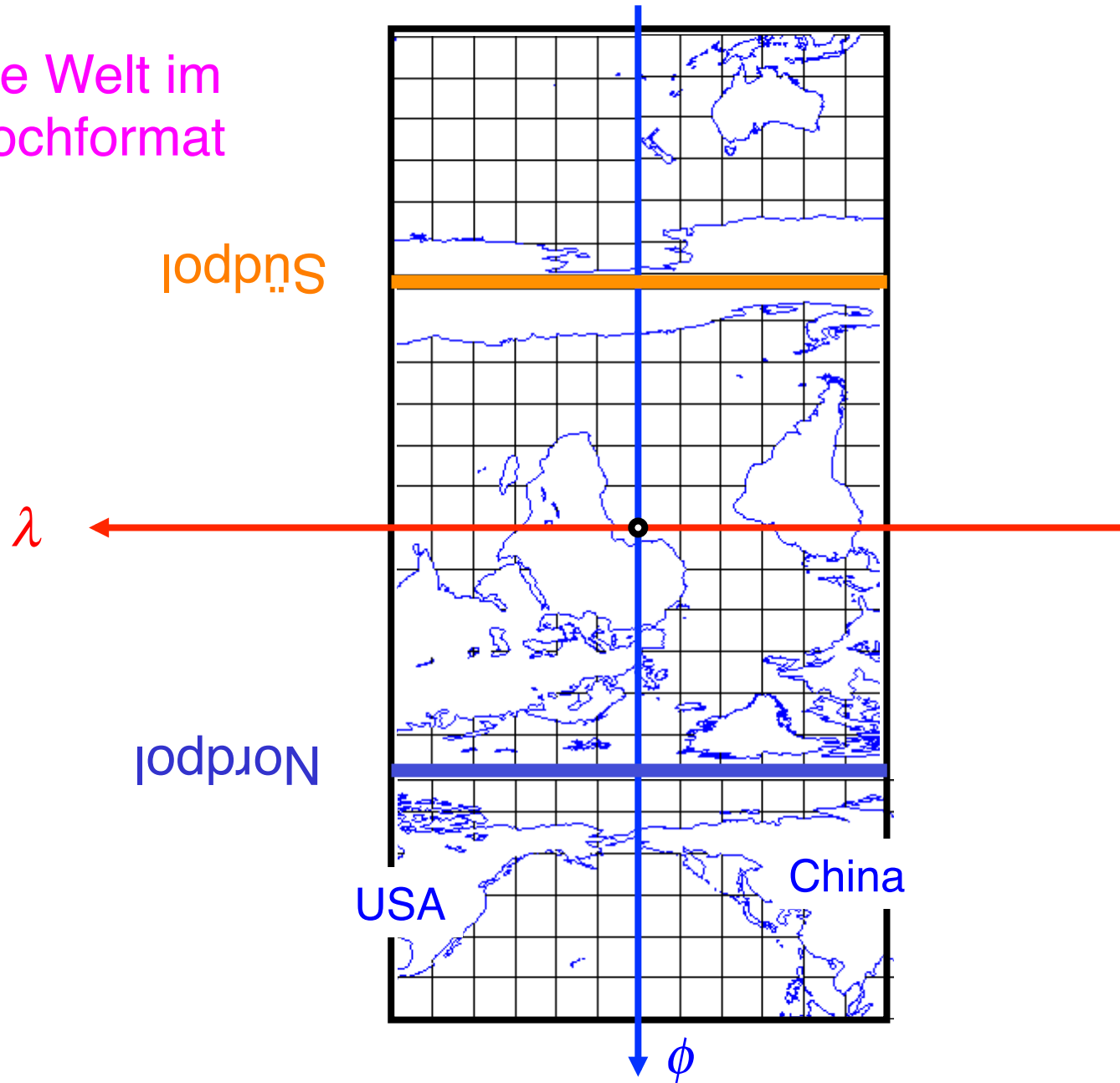


Verpackung Schokokugeln

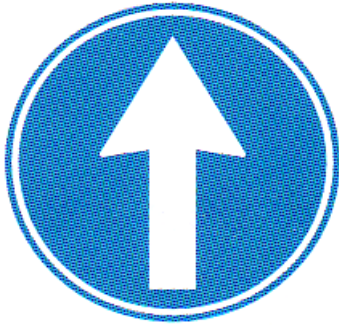
Nordpol

Südpol

Die Welt im Hochformat



Immer der Nase nach



... so geh hübsch sittsam und lauf nicht vom Wege ab!

La línia recta és creació de l'home; la línia corba, de Déu.

ANTONI GAUDÍ

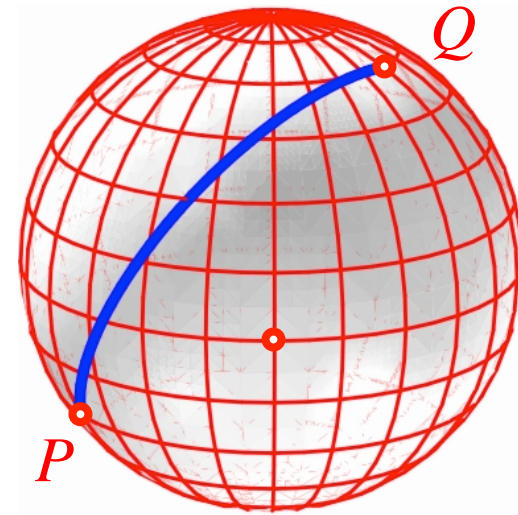
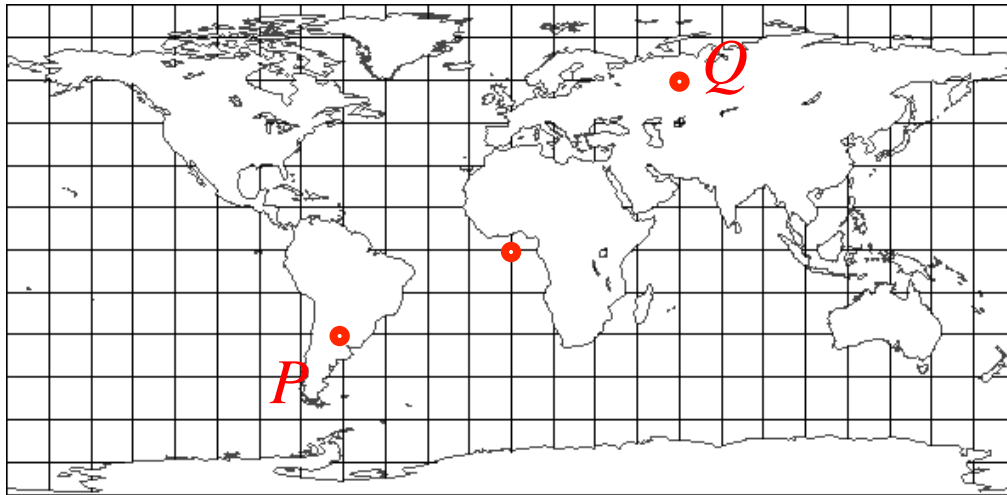
Keine Seitenkrümmung

Geodätische Linie $\ddot{x}^m + \Gamma_{kl}^m \dot{x}^k \dot{x}^l = 0$

Durchgehendes Plastikband

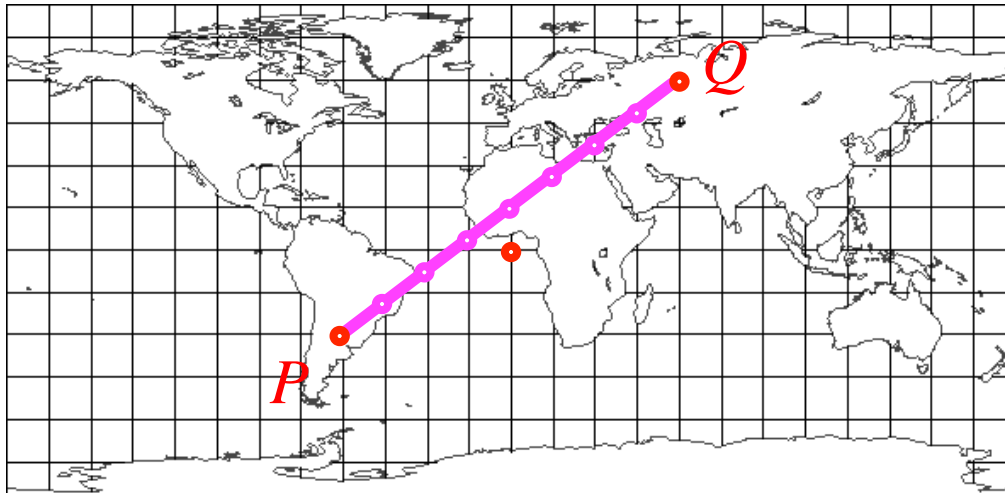
Großkreis (Orthodrome)

Immer der Nase nach
Großkreisbogen von P nach Q

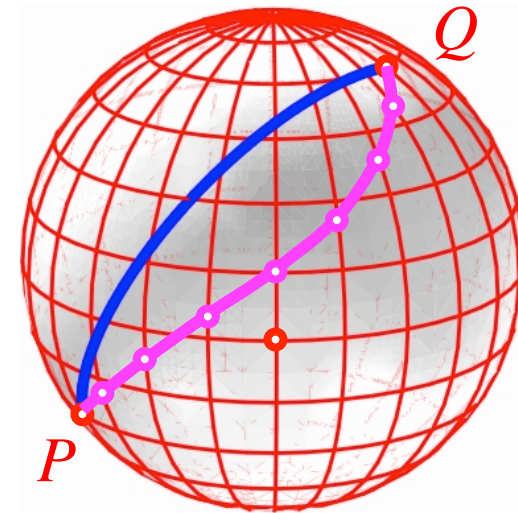


Immer der Nase nach
Großkreisbogen von P nach Q

Eine falsche Idee

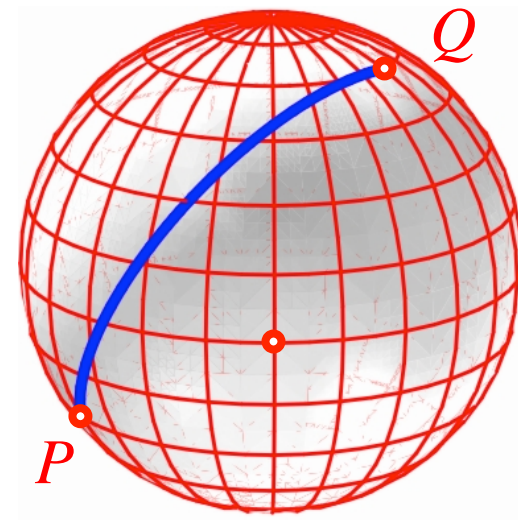
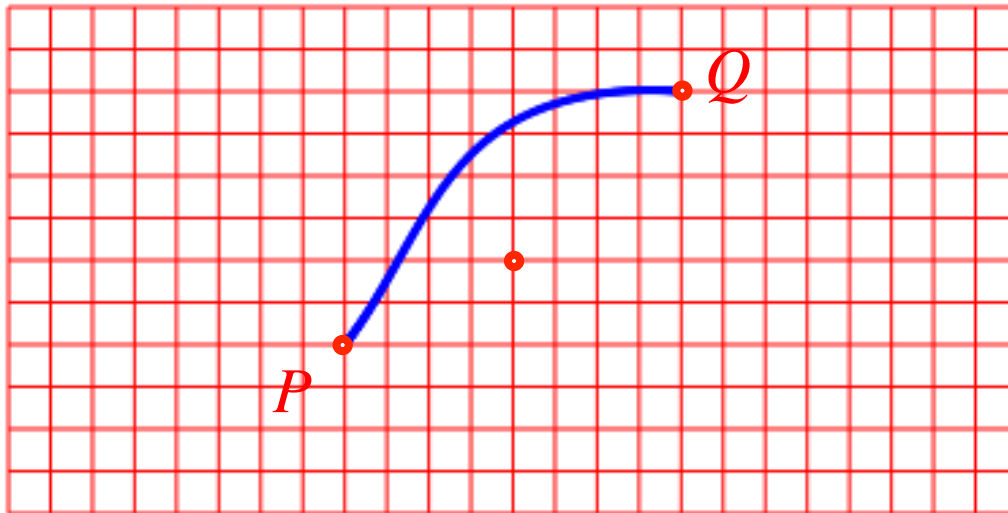


CH-Schulbuch



Immer der Nase nach
Großkreisbogen von P nach Q

Die richtige Kurve

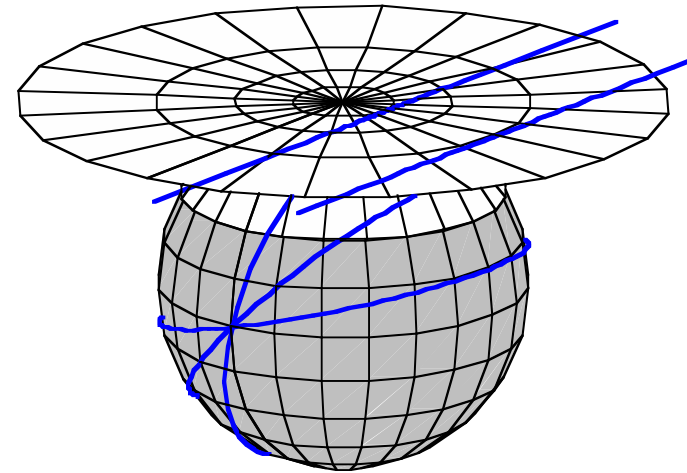
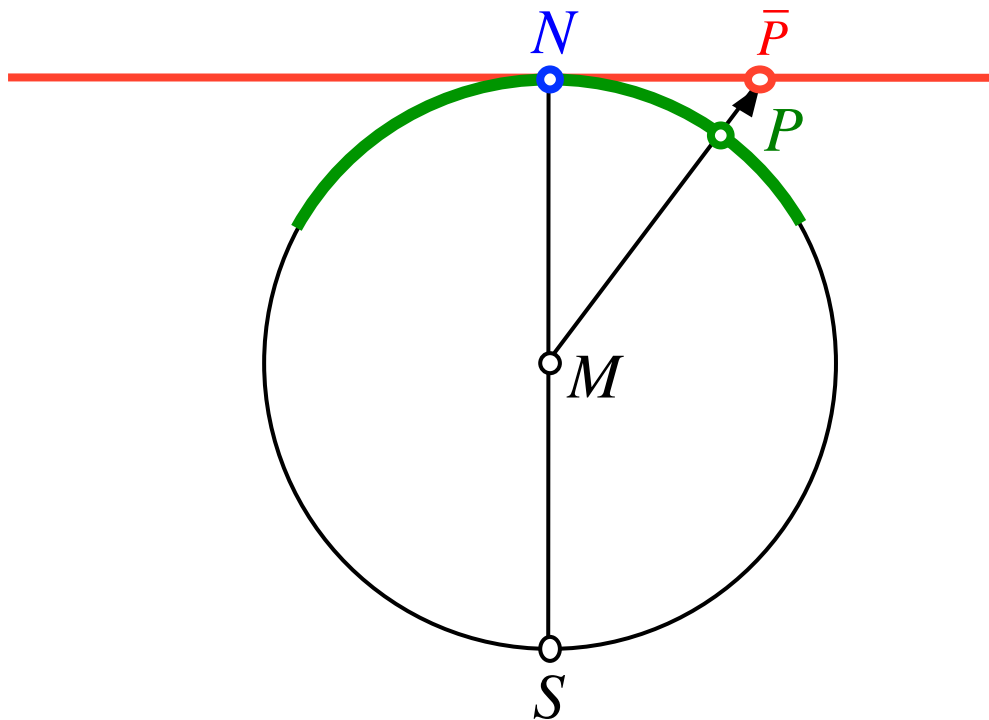


Großkreis als Gerade auf der Karte?

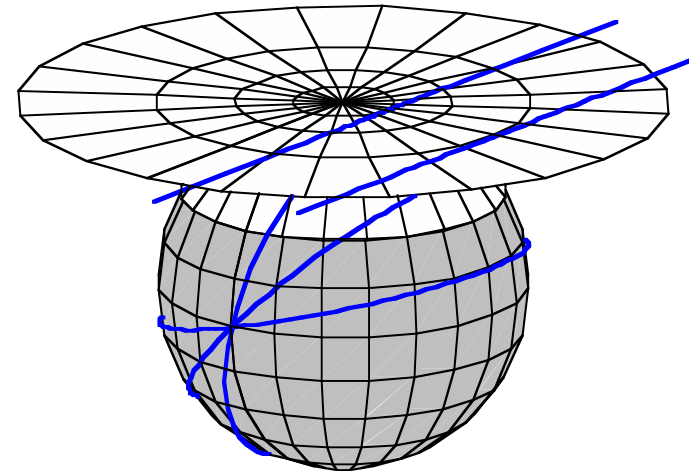
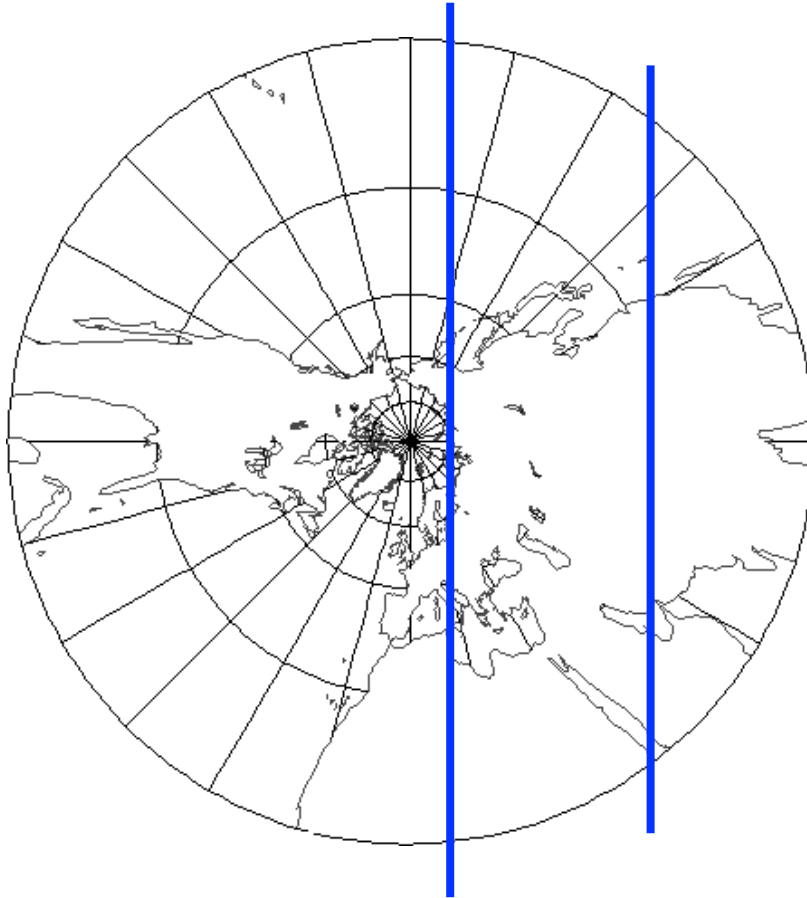
Großkreis als Gerade auf der Karte?

Gnomonische Projektion

Zentralprojektion von Kugelmitte aus

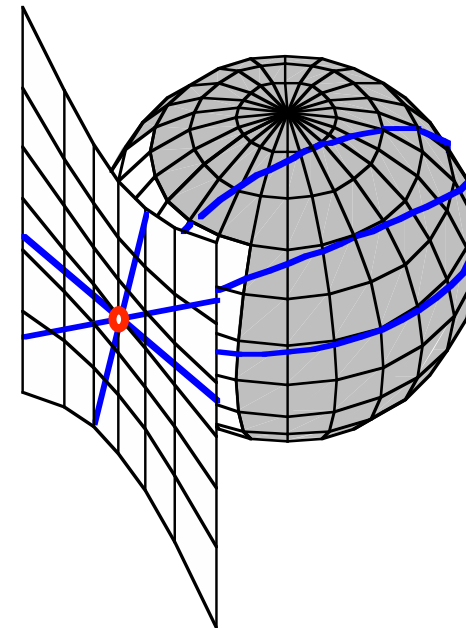
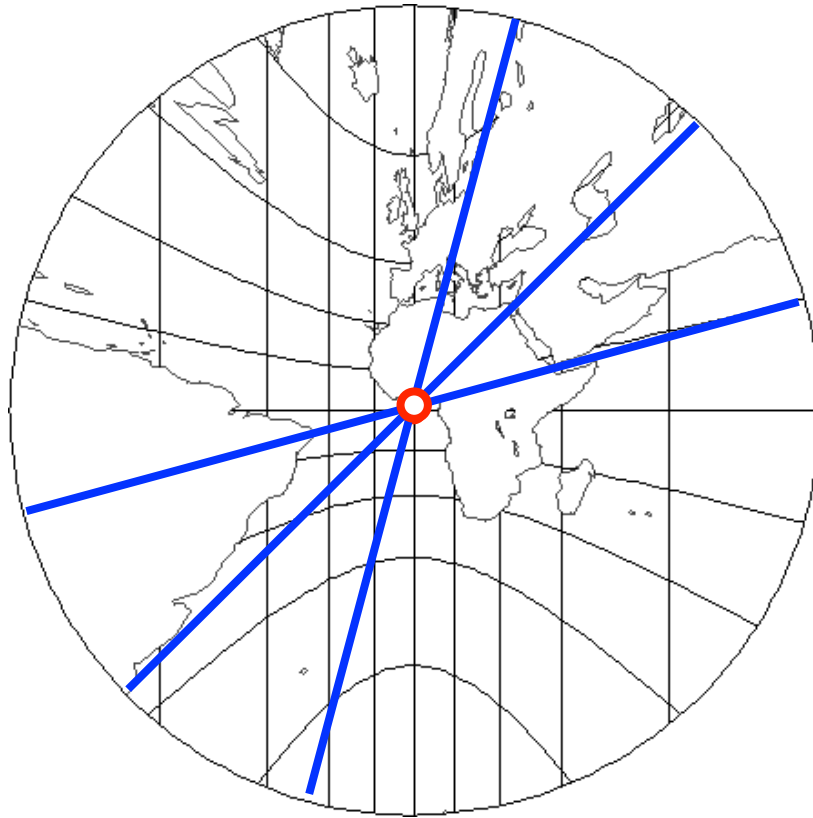


Großkreis als Gerade auf der Karte? Gnomonische Projektion



Großkreis als Gerade auf der Karte?

Gnomonische Projektion



Großkreis als Gerade auf der Karte?

Gnomonische Projektion



Handout Würfelwelt

Großkreis als Gerade auf der Karte?

Gnomonische Projektion



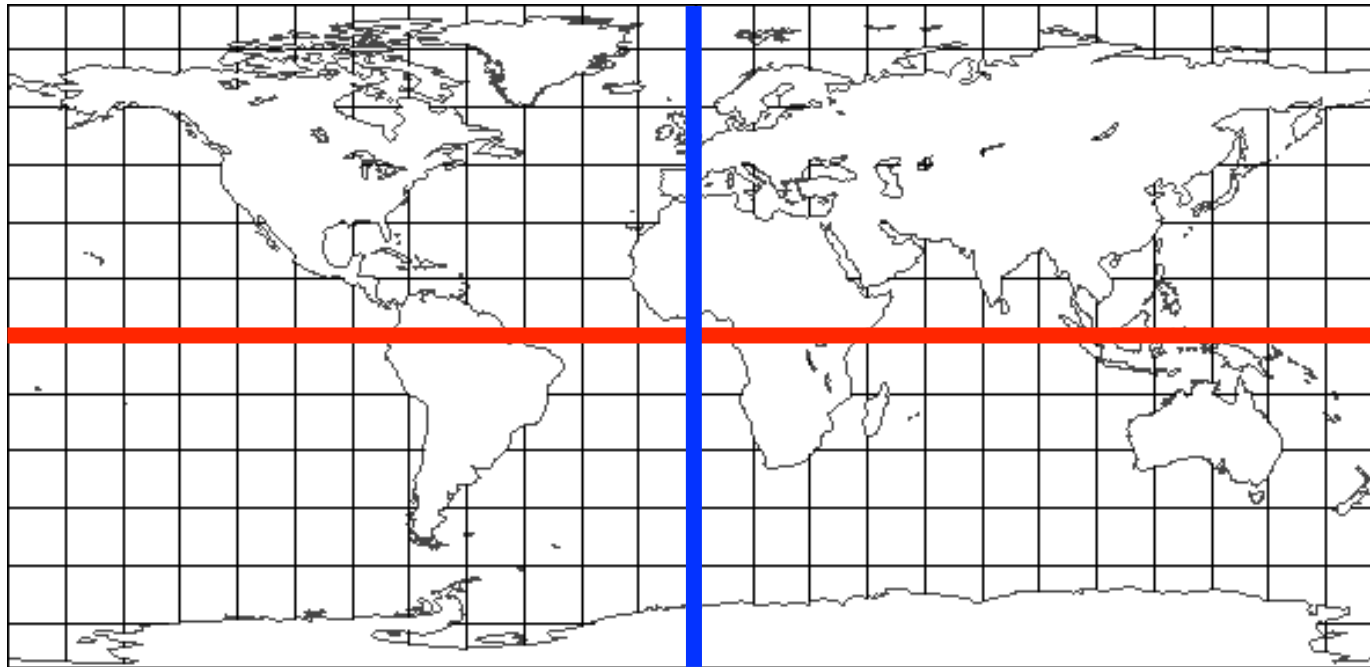
Handout Würfelwelt

Maßstab eins zu eins?

Maßstab eins zu eins?

$$\frac{1}{100\,000\,000}$$

20 cm

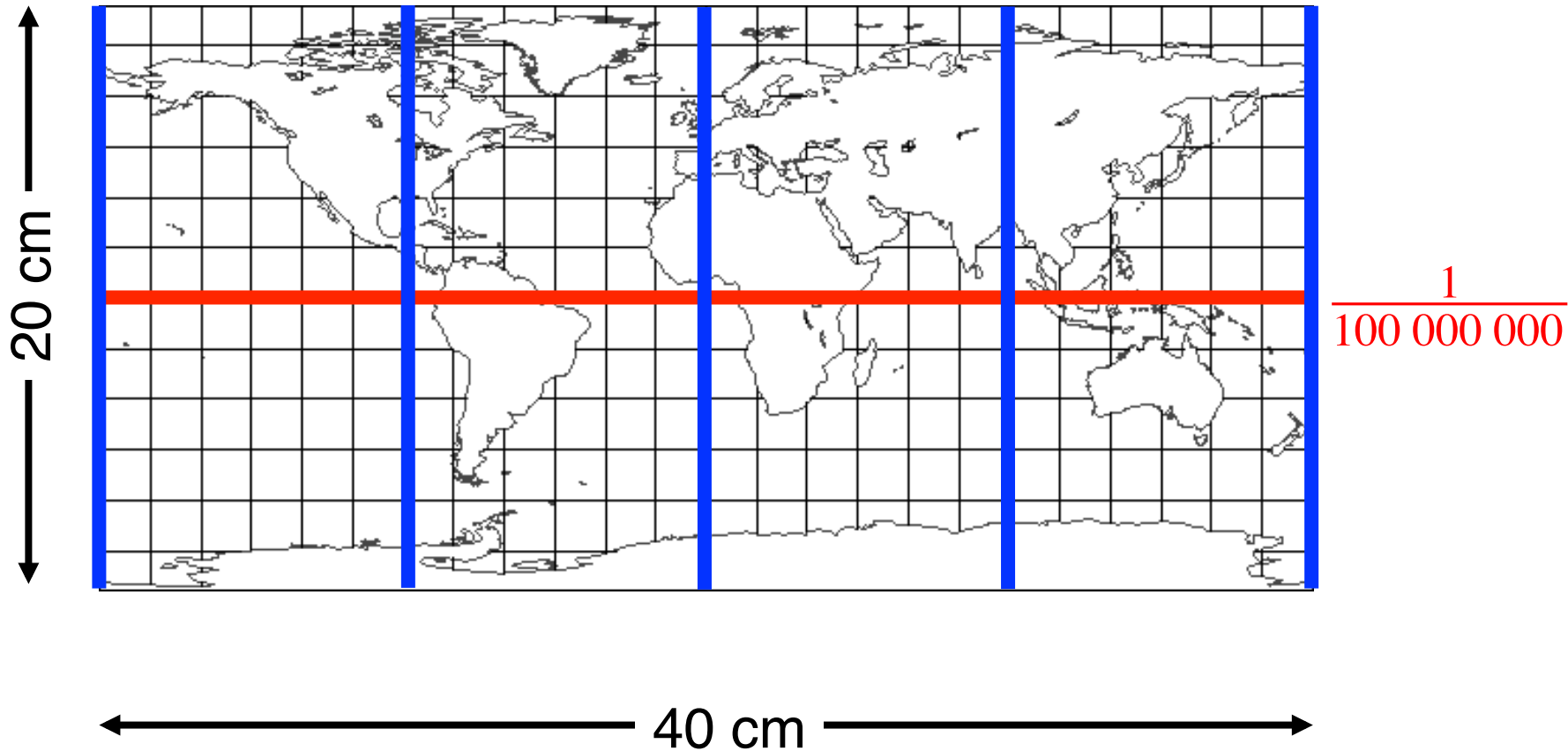


$$\frac{1}{100\,000\,000}$$

40 cm

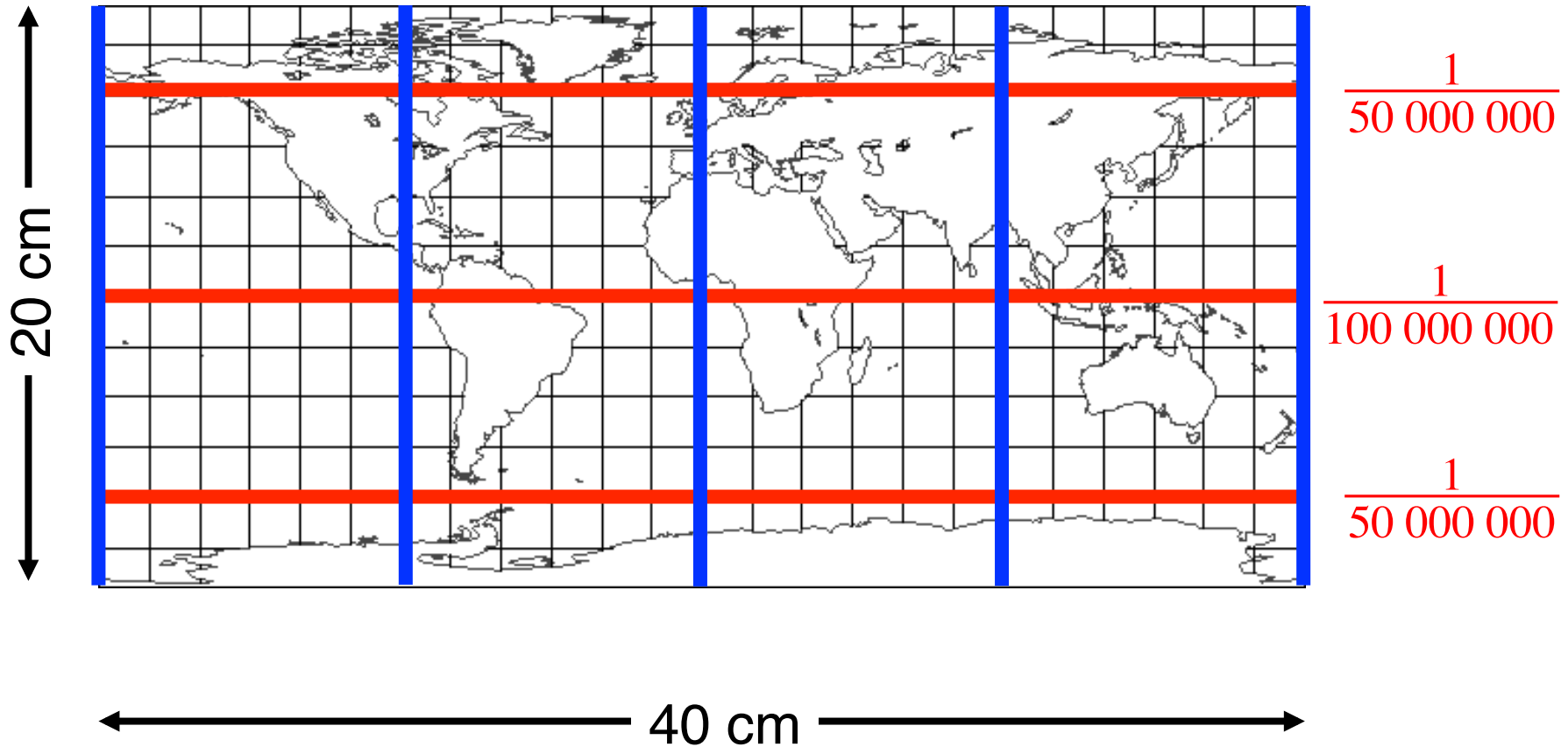
Maßstab eins zu eins?

$$\frac{1}{100\,000\,000} \quad \frac{1}{100\,000\,000} \quad \frac{1}{100\,000\,000} \quad \frac{1}{100\,000\,000} \quad \frac{1}{100\,000\,000}$$



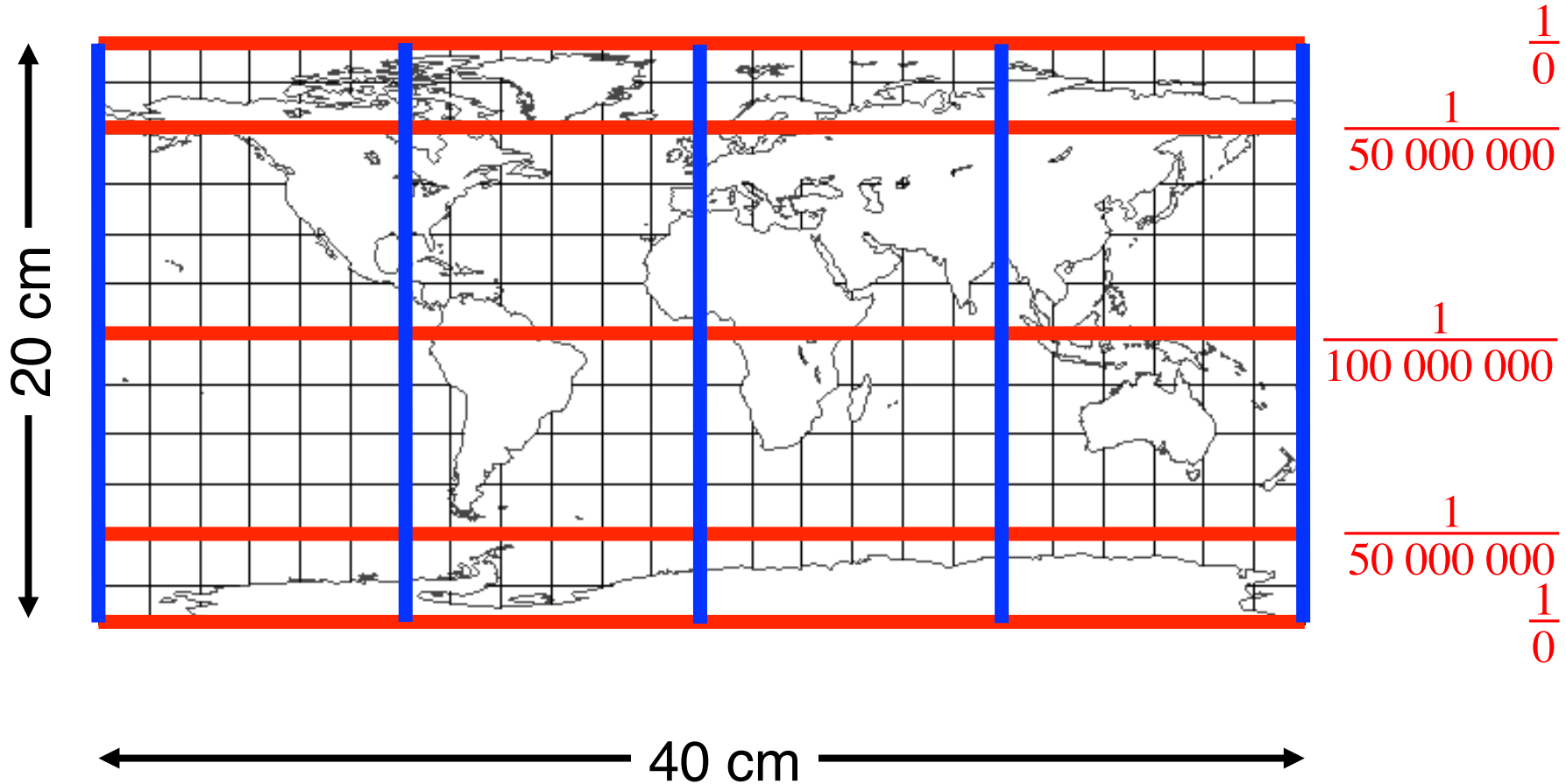
Maßstab eins zu eins?

$$\frac{1}{100\,000\,000} \quad \frac{1}{100\,000\,000} \quad \frac{1}{100\,000\,000} \quad \frac{1}{100\,000\,000} \quad \frac{1}{100\,000\,000}$$



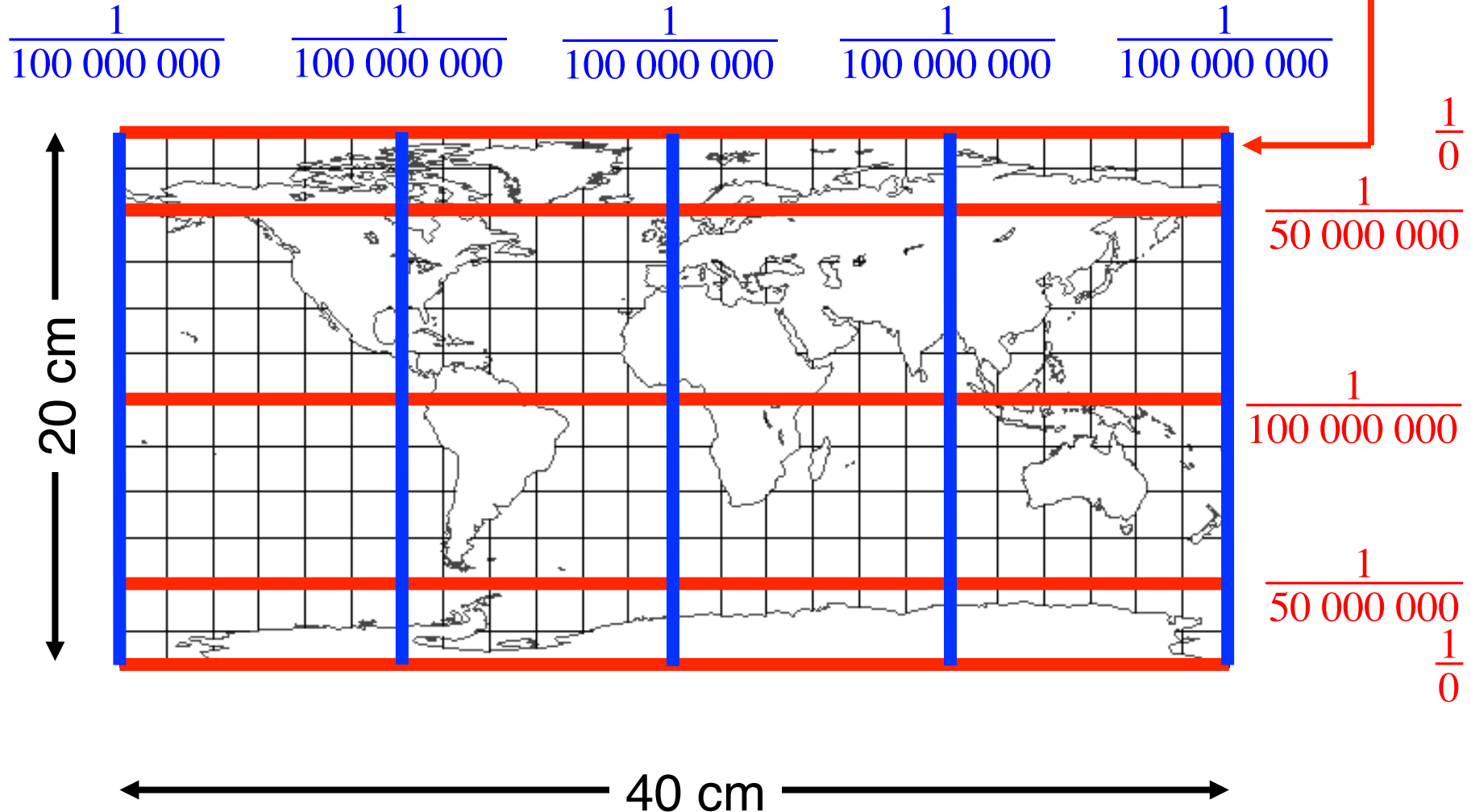
Maßstab eins zu eins?

$$\frac{1}{100\ 000\ 000} \quad \frac{1}{100\ 000\ 000} \quad \frac{1}{100\ 000\ 000} \quad \frac{1}{100\ 000\ 000} \quad \frac{1}{100\ 000\ 000}$$



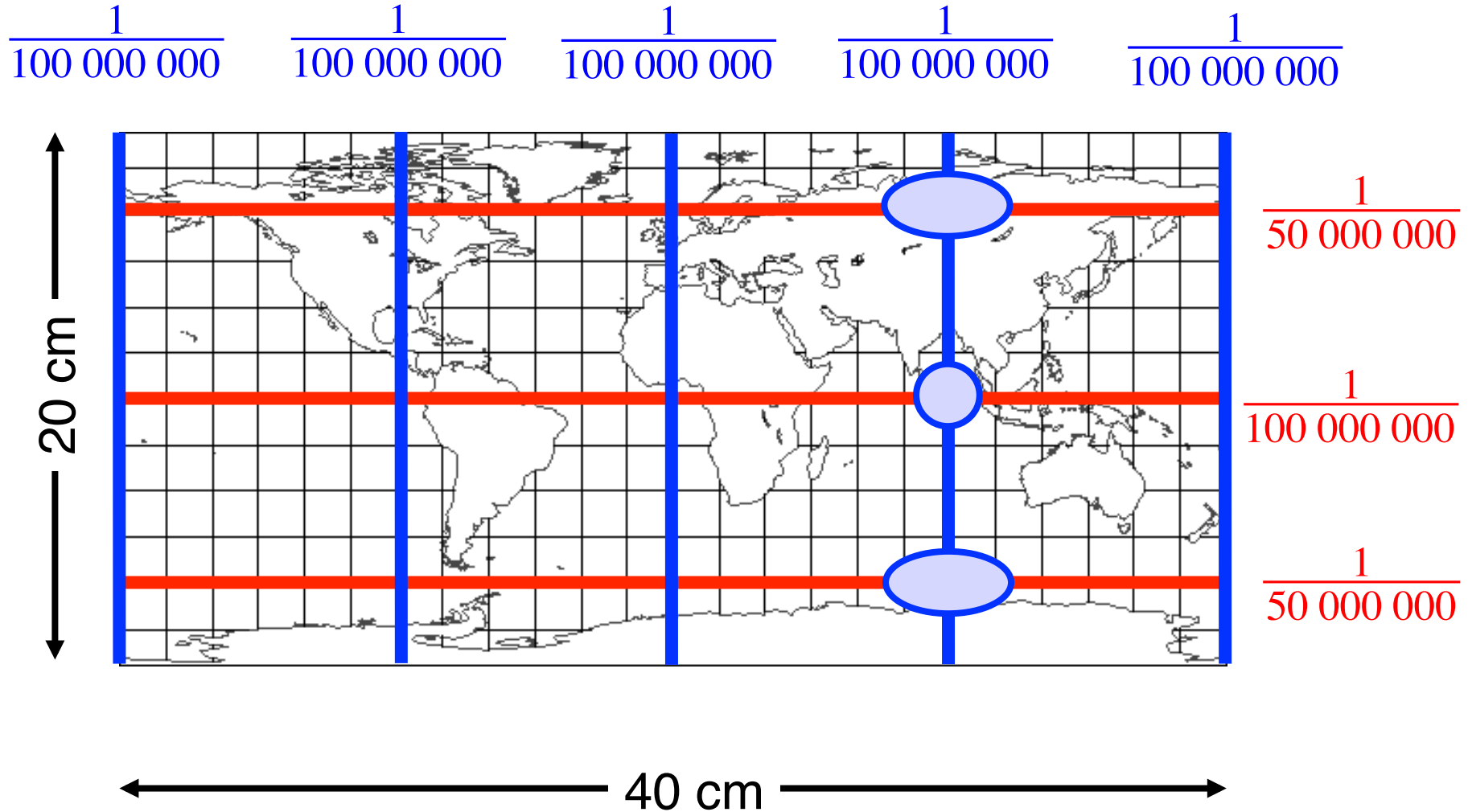
Maßstab eins zu eins?

6.37 cm vom Nordpol entfernt

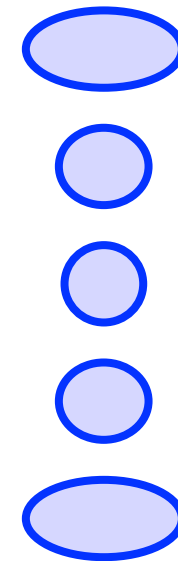
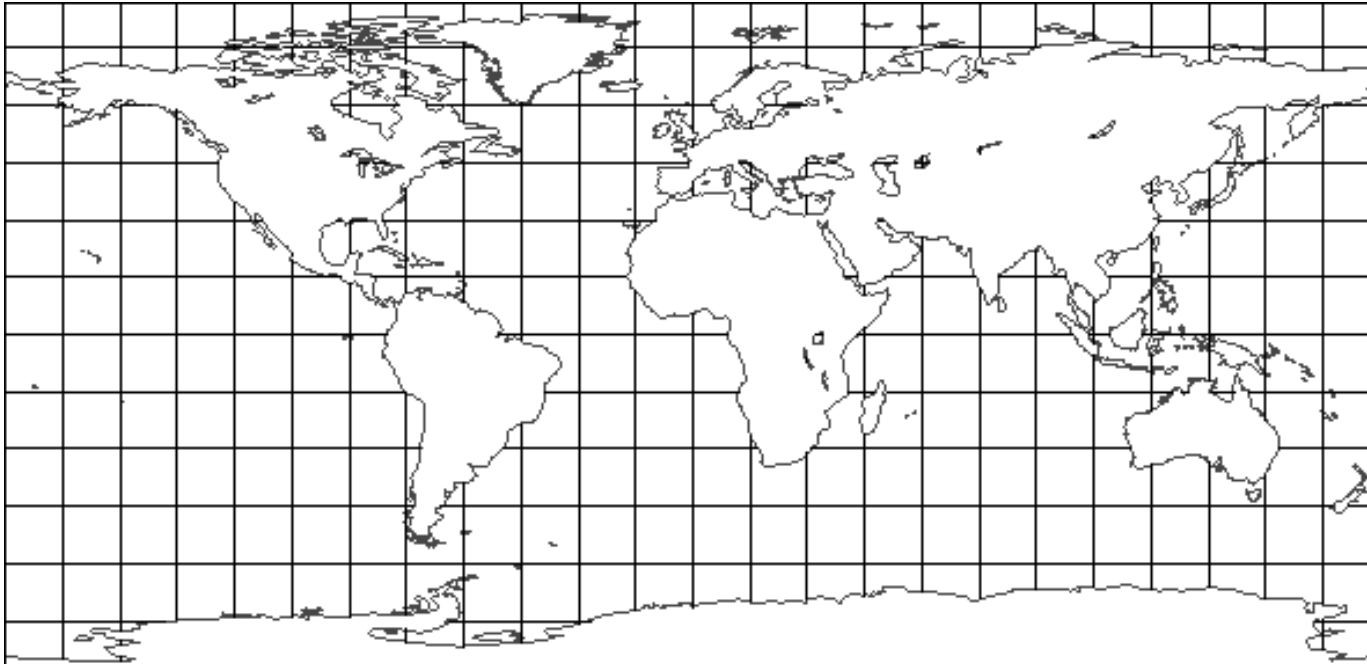


$$\phi = \pm 89.9999999427^\circ = \pm 89^\circ 59' 59.99979372''$$

Verzerrungsellipse, Tissotsche Indikatrix



Verzerrungsellipse, Tissotsche Indikatrix Bild des Swimming Pools





Carl Friedrich Gauß
1777 - 1855

verzerrungsfreie,
maßstäbliche

Theorema egregium:

Es gibt **keine isometrische** Abbildung
von der Kugel auf die Ebene.



Carl Friedrich Gauß
1777 - 1855

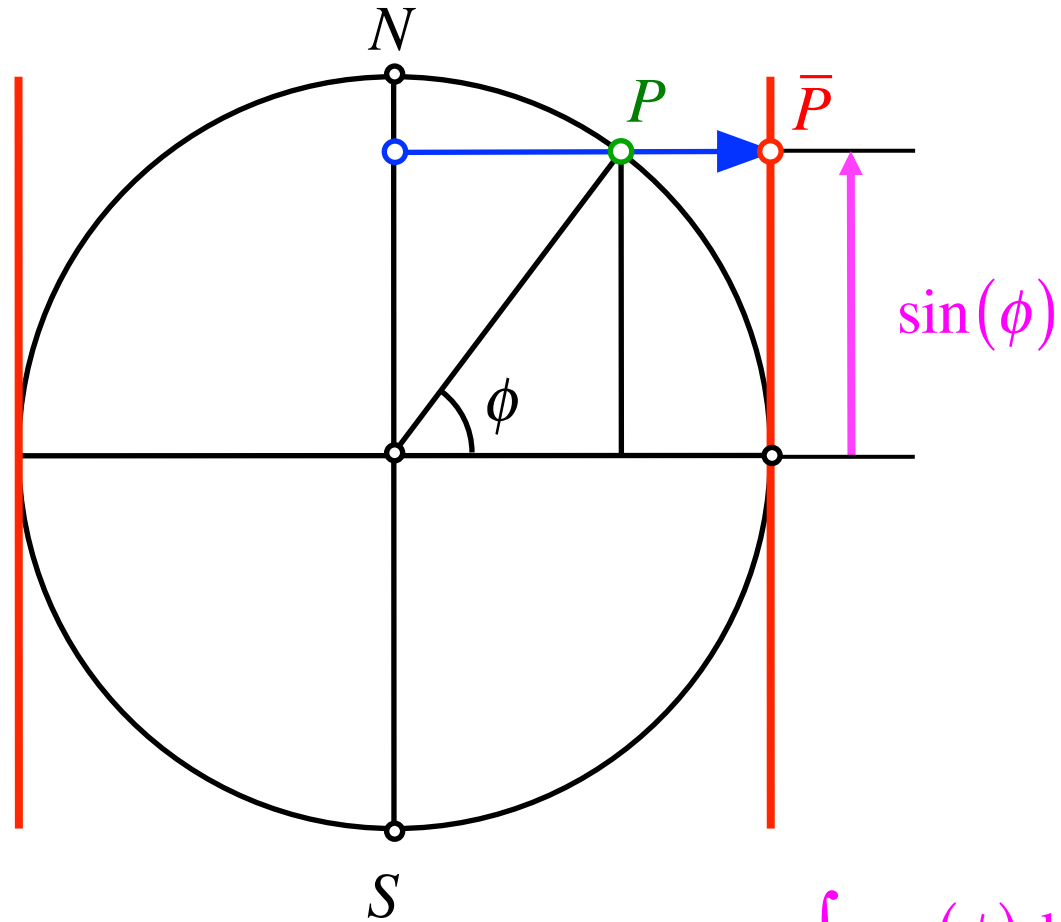
Theorema egregium:

Es gibt **keine** isometrische Abbildung von der Kugel auf die Ebene.

Hingegen gibt es:

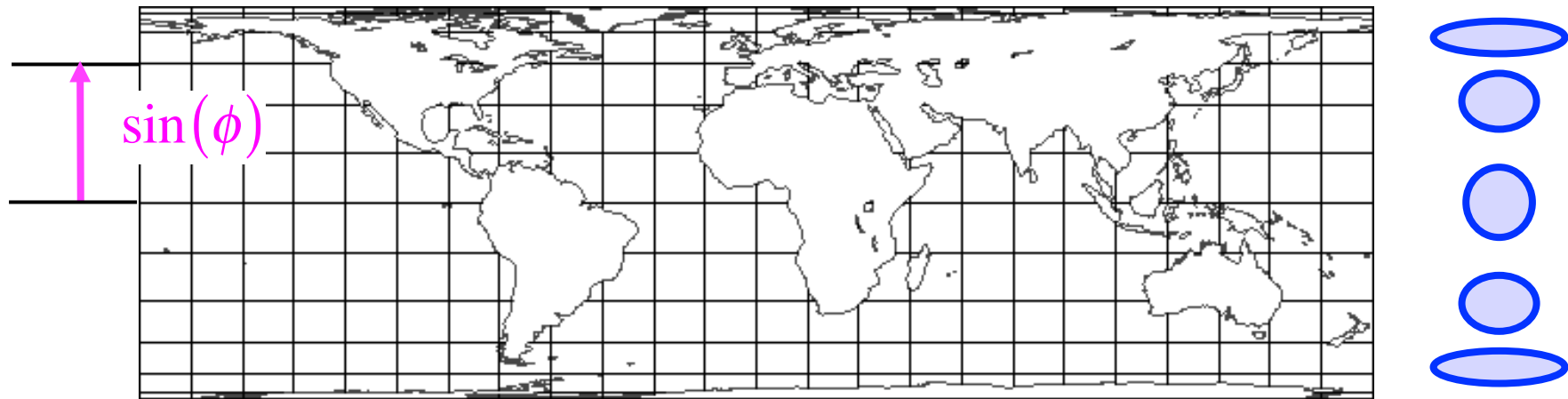
- flächentreue Karten (equivalent)
- winkeltreue Karten (conformal)

Flächentreu (equivalent), Archimedes / Lambert



$$\int \cos(\phi) d\phi = \sin(\phi)$$

Flächentreu (equivalent), Archimedes / Lambert Bild des Swimming Pools

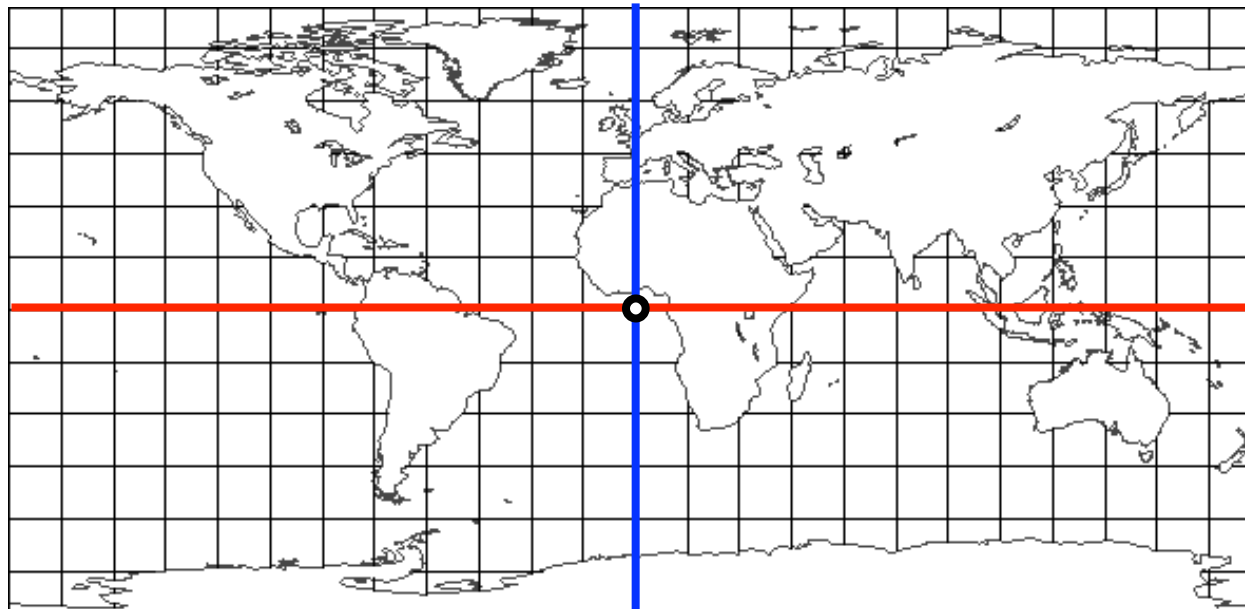


$$\int \cos(\phi) d\phi = \sin(\phi)$$

Flächentreu (equivalent), Mercator / Sanson

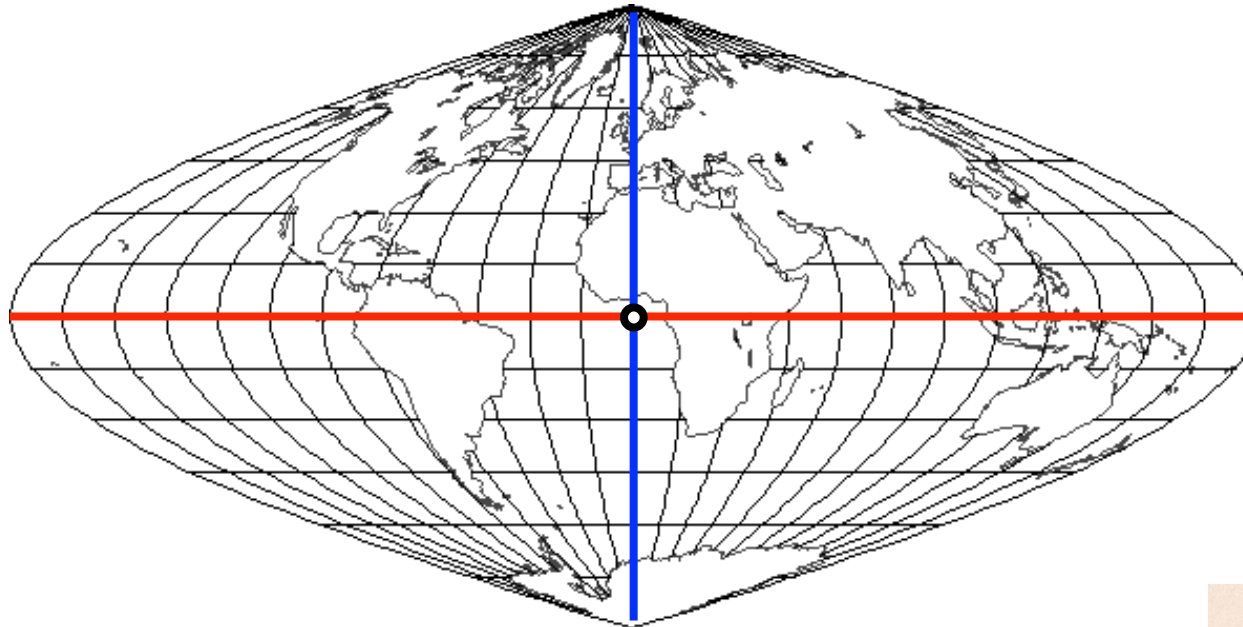
Flächentreu (equivalent), Mercator / Sanson

Idee: Plattkarte an den Polen zu Punkt einbrutzeln



Flächentreu (equivalent), Mercator / Sanson

Idee: Plattkarte an den Polen zu Punkt einbrutzeln

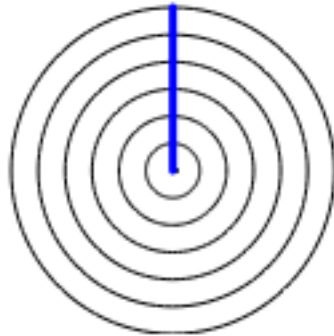
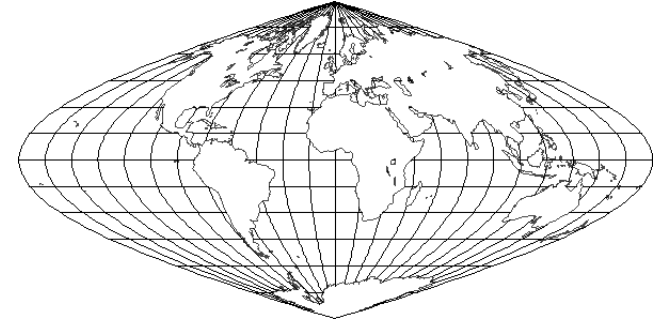


DE-Schulbuch



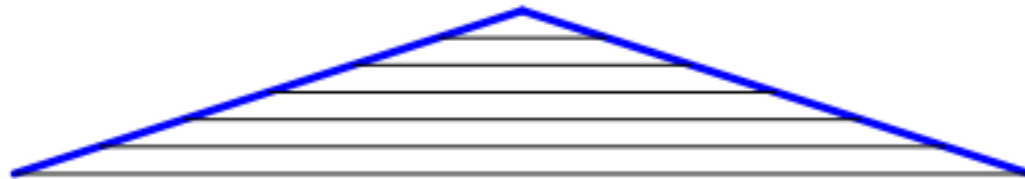
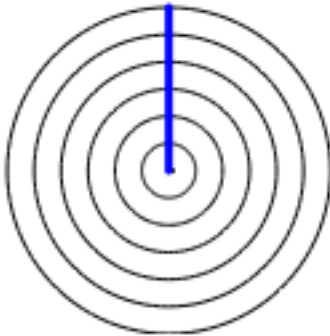
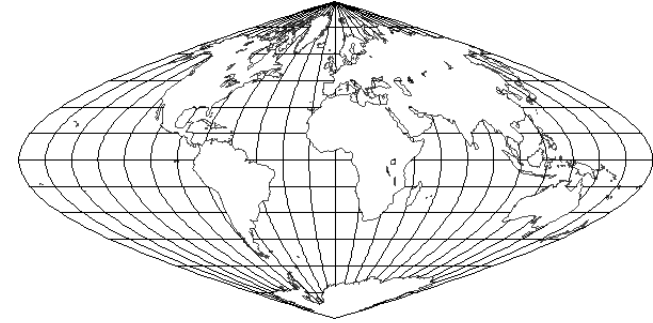
Erinnerung an die Schule

Kreis und Dreieck



Erinnerung an die Schule

Kreis und Dreieck



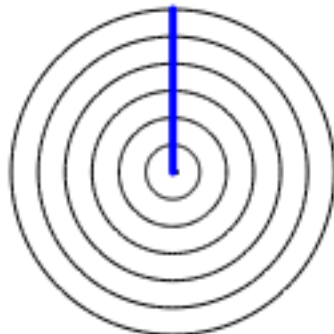
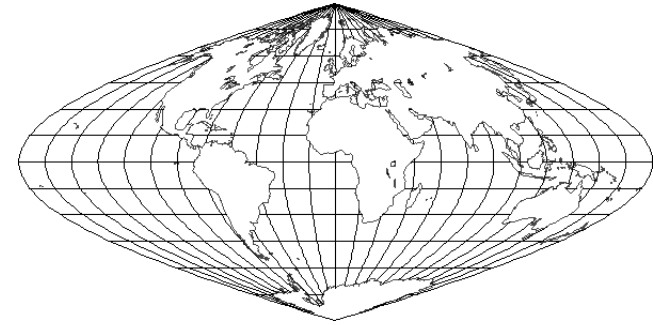
$$\text{Grundlinie} = 2r\pi$$

$$\text{Höhe} = r$$

$$\text{Flächeninhalt} = \frac{2r\pi \cdot r}{2} = r^2 \pi$$

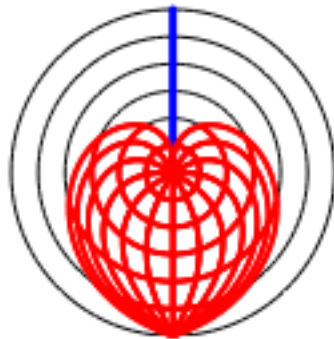
Erinnerung an die Schule

Kreis und Dreieck

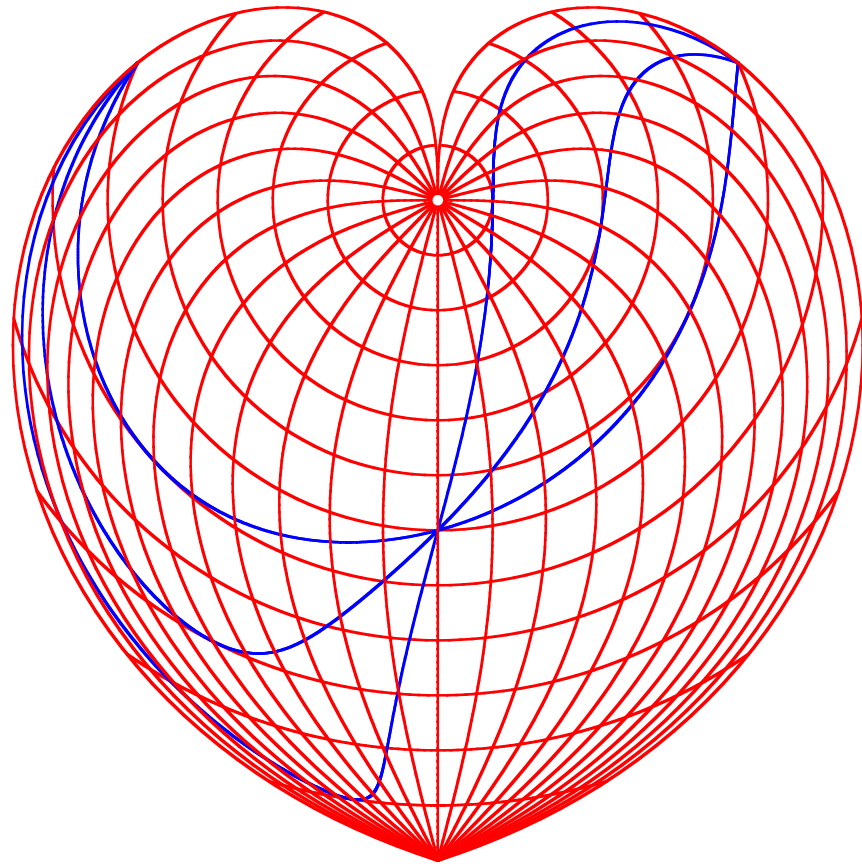


Erinnerung an die Schule

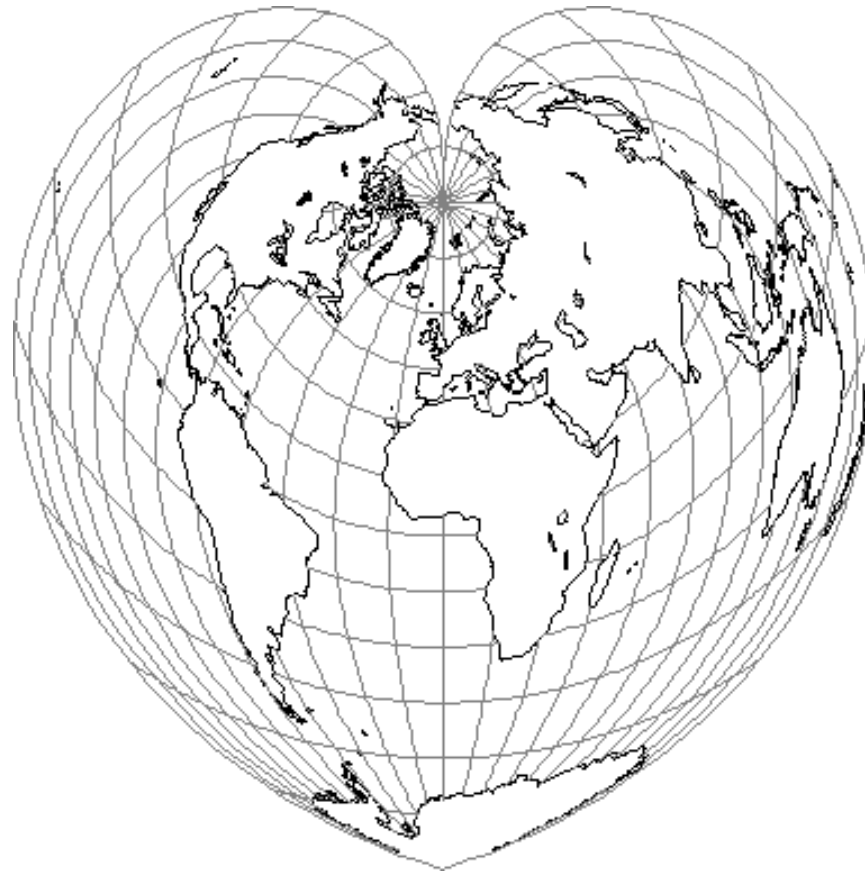
Kreis und Dreieck



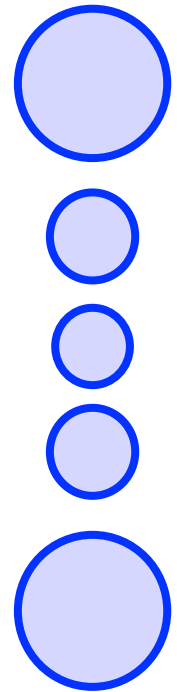
Herzkarte von Stab / Werner 1514, flächentreu (equivalent)



Herzkarte von Stab / Werner 1514, flächentreu (equivalent)



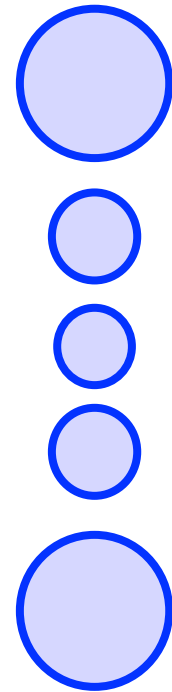
Winkeltreu (conformal), Mercator, 1569



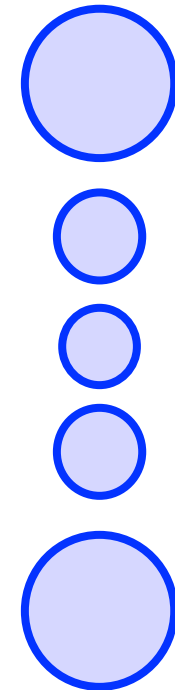
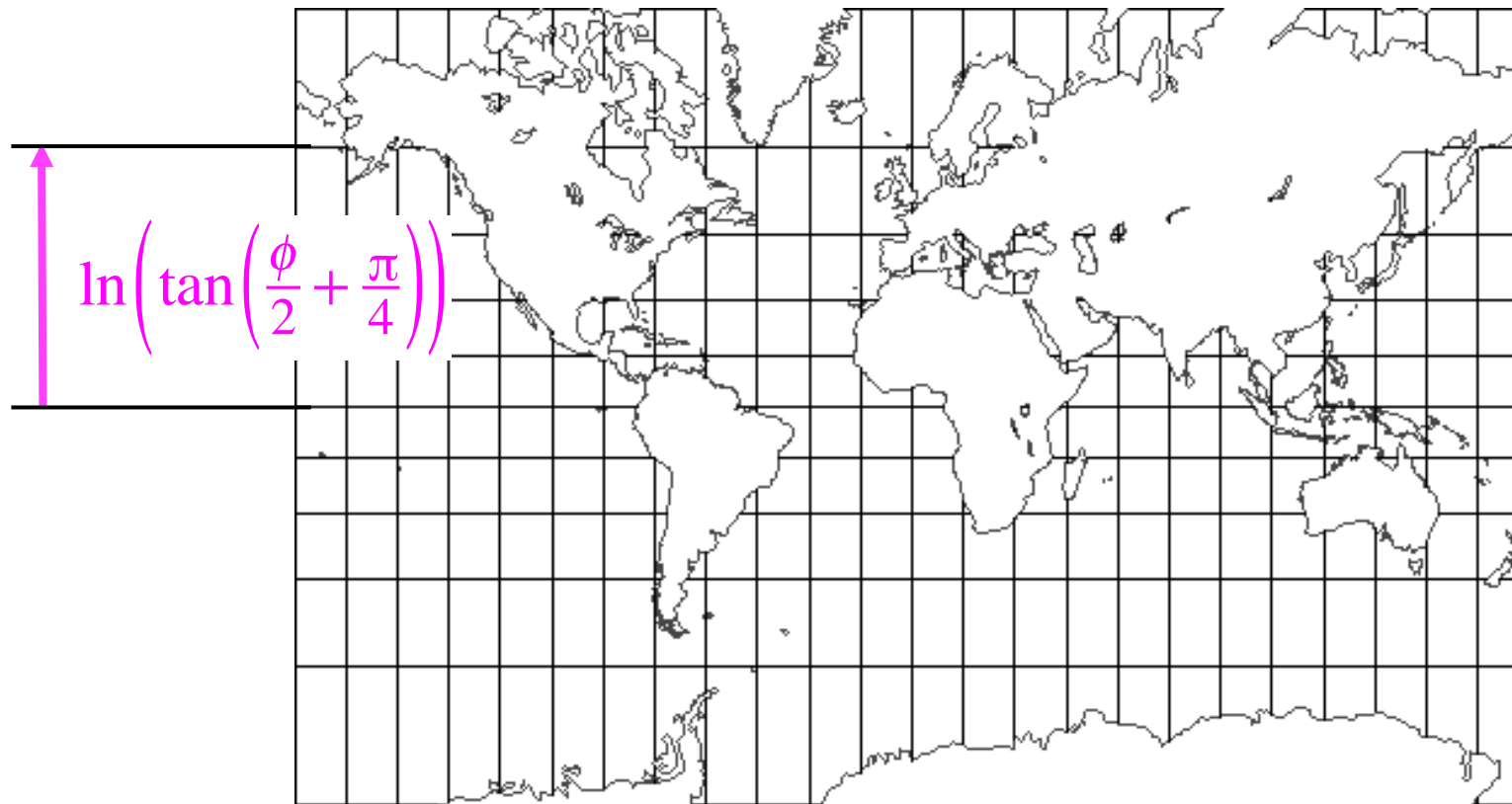
Winkeltreu (conformal), Mercator, 1569



Gerhard Mercator
1512 - 1594



Winkeltreu (conformal), Mercator, 1569

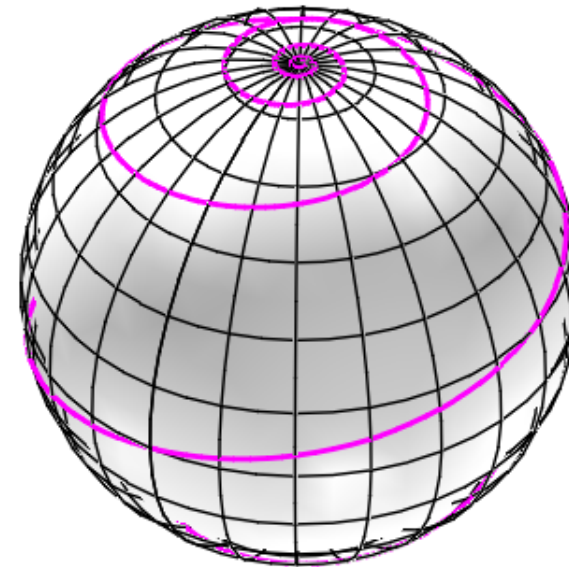
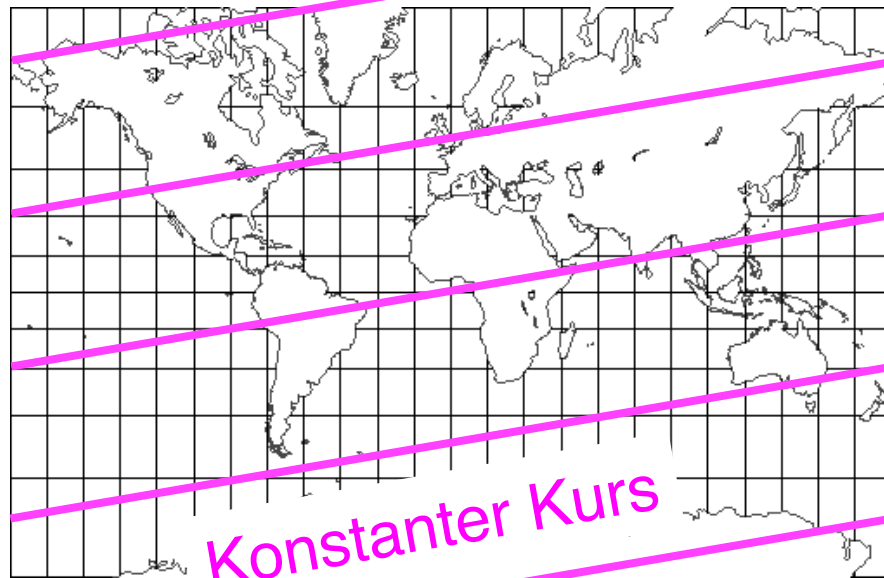


$$\int \frac{1}{\cos(\phi)} d\phi = \ln\left(\tan\left(\frac{\phi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right)$$

Winkeltreu (conformal), Mercator, 1569

Loxodrome:

Kurve mit konstantem Winkel α gegenüber Meridianen



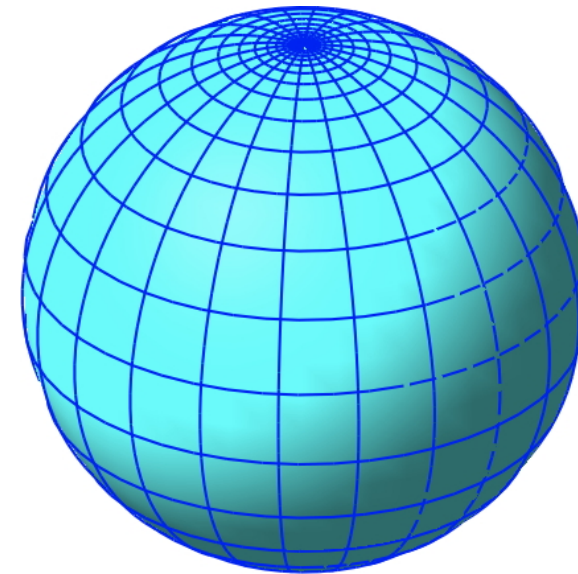
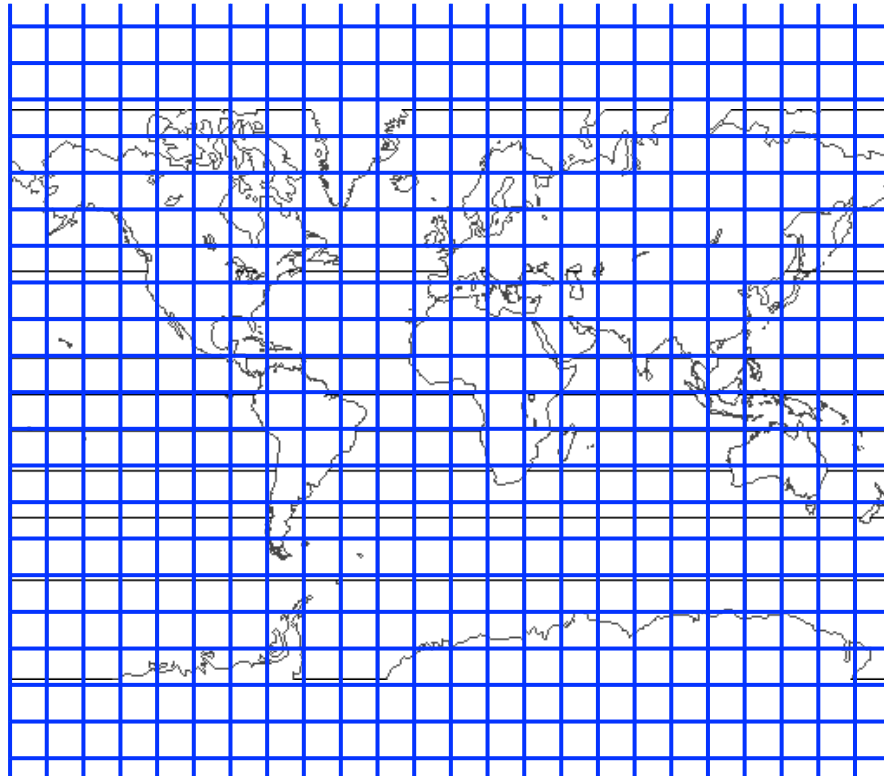
$$\alpha = 80^\circ$$



LI-Maturaprüfung

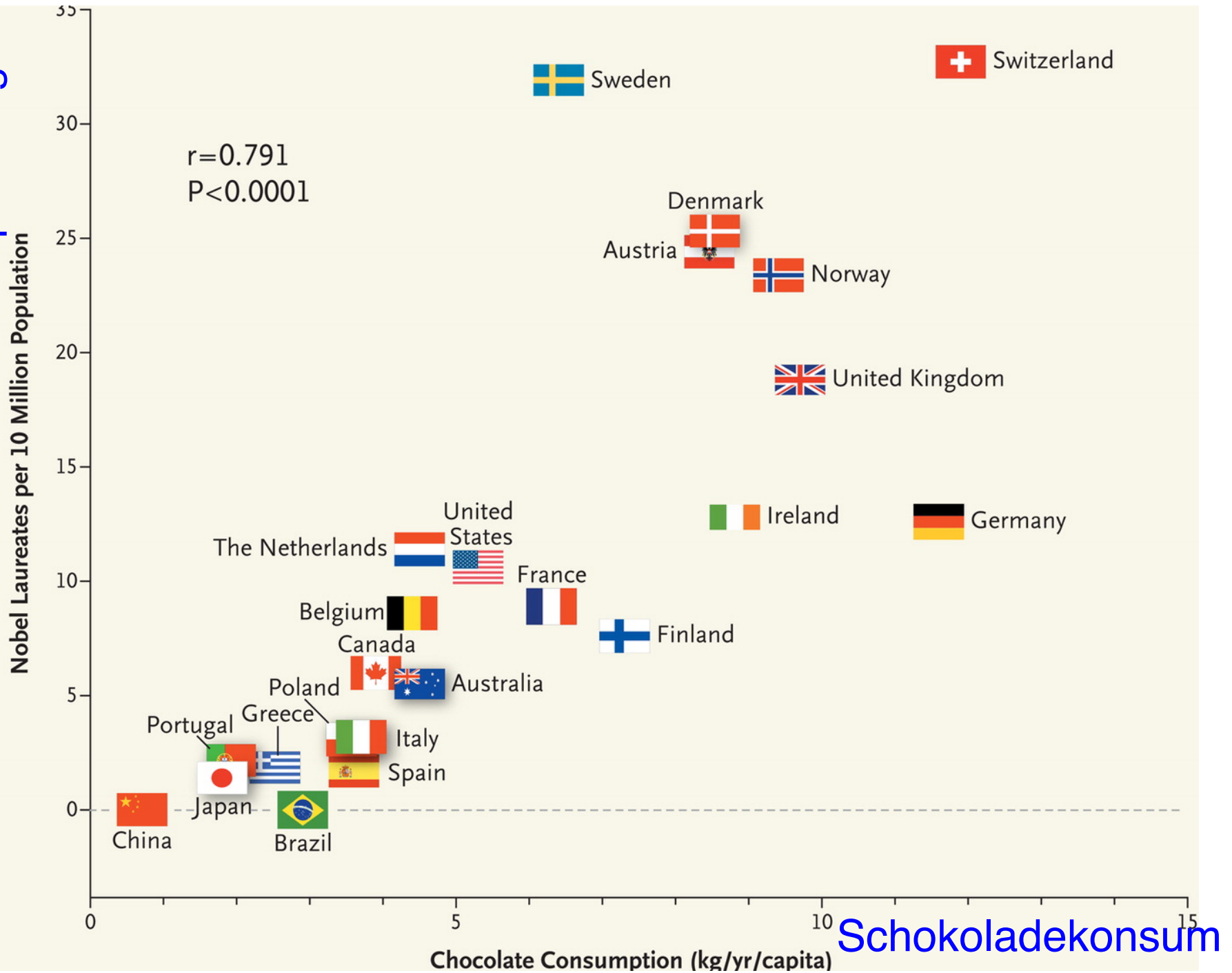
Winkeltreu (conformal), Mercator, 1569

Schöne Kugel: Quadratraster Seekarte → Kugel

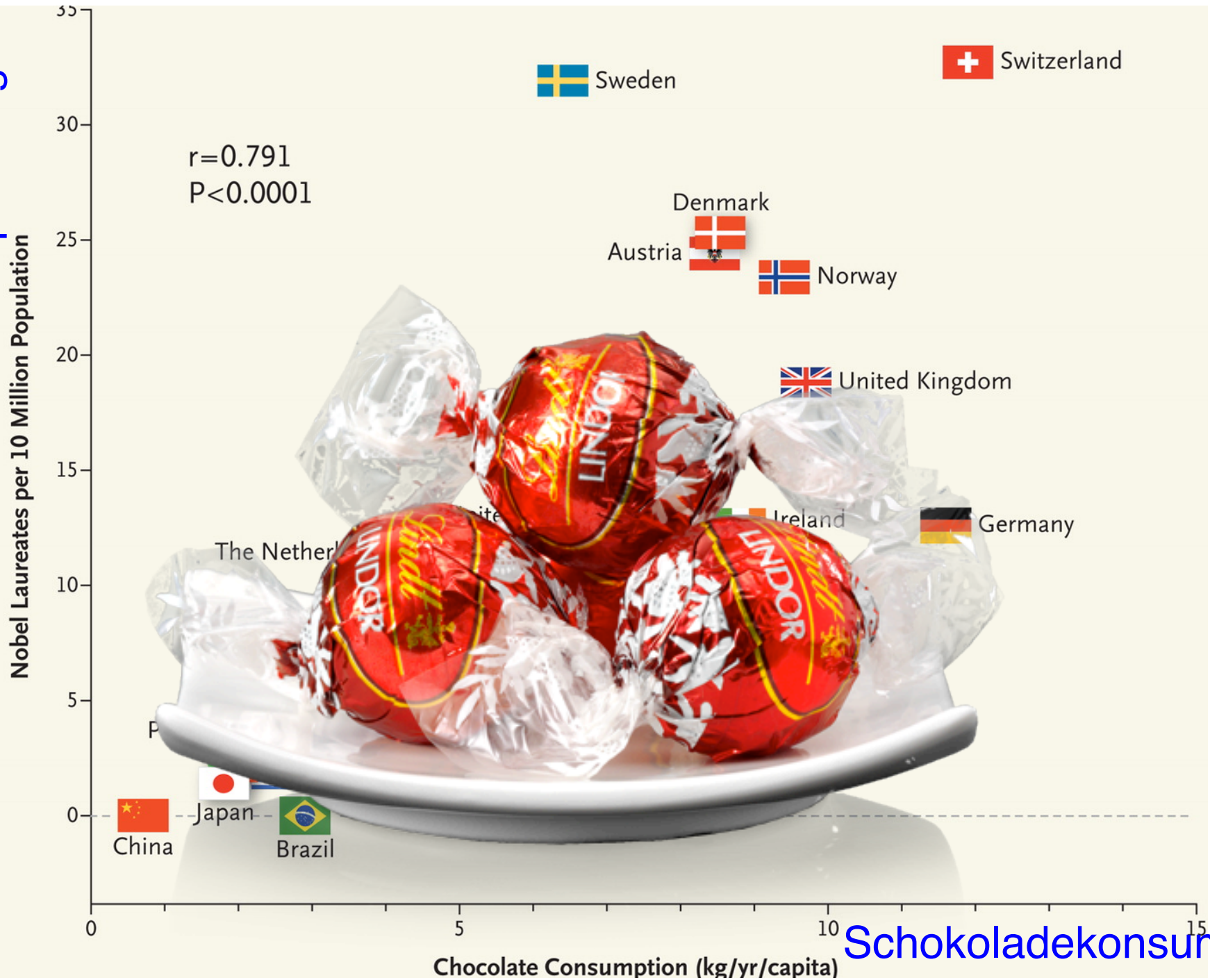


(Handout)

Nobelpreisträger



Nobelpreisträger



Schokoladekonsum