# Grundvorstellungen zur Schulgeometrie

## „Situated Cognition“ in der Geometriedidaktik

# Grundvorstellungen

# Grundvorstellungen (1)

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

## Grundvorstellungen als „robuste“ didaktische Kategorie

- Anschaulichkeit
- Praktikabilität
- weitgehende Theoriefreiheit

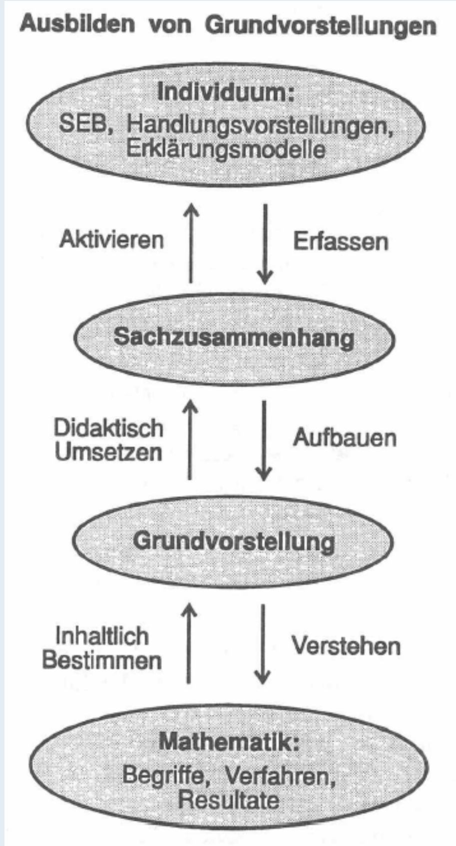
vom Hofe 1995, S. 125 f.

- Einfachheit
- Verankerung in der Lebenswelt
- Anwendungserfolg

Bender 1991, S. 54

→ sozial robustes Wissen

Nowotny et al. 2004

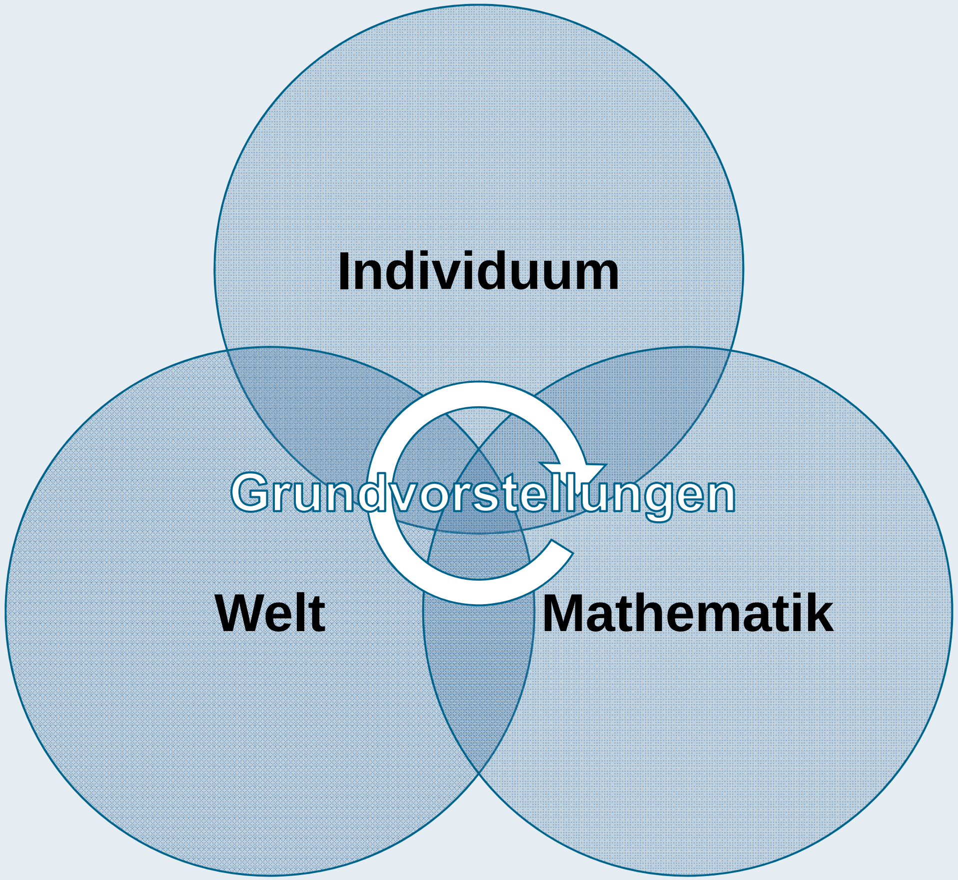



vom Hofe 1995, S. 124

# Grundvorstellungen (2)

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

## Grundvorstellungen als „robuste“ didaktische Kategorie



# Grundvorstellungen (3)

## Grundvorstellungen als „robuste“ didaktische Kategorie

PESTALOZZI
(1803)
Ausbildung von
*"Anschauungen"*

HERBART
(1804)
Theorie der
*"Anschauungen"*

DIESTERWEG
(1835)
*"Vorstellungen"*
von Mengen und Zahlen

HENTSCHEL
(1845)
*"Vorstellungen"*
von Verknüpfungen

KÜHNEL
(1916)
umfassendes Vorstellungsmodell
*"Stellvertretervorstellungen"* für
Zahlen und Verknüpfungen

WITTMANN
(1929)
Ausbildung von
*"Mengenan-
schauungen"*

BREIDENBACH
(1947)
Konstruktion von
*"Vorstellungs-
grundlagen"*

PIAGET/AEBLI
(1947/1963)
Ausbildung von
*"Vorstellungen"*
und *"Verinner-
lichungen"*

OEHL
(1965)
"Herauslösen" und "Wiedererkennen"
mittels
*"Grundvorstellungen"*

GRIESEL
(1971)
stoffdidaktische Konkretisierung
von *"Grundvorstellungen"*
als normative Kategorie

vom Hofe 1995, S. 23

# Grundvorstellungen (4)

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

**These**

Grundvorstellungen sind eine „robuste“ didaktische Kategorie, die als nützliches rhetorisches Werkzeug dazu dient, sich über (fachliche) Akzentuierungen des Mathematiklehrens und -lernens zu verständigen.

# Grundvorstellungen (5)

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

## Grundvorstellungen zur Schulgeometrie

G1: Geometrie als Schule des rechten Sehens

G2: Geometrie als Schule des verständigen Denkens

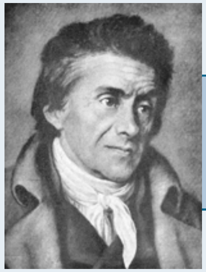
G3: Geometrie als Schule des regelgeleiteten Gehorsams

G4: Geometrie als Schule der technischen Naturbeherrschung

G5: Geometrie als Schule der Ästhetik

# Geometrie

## Grundvorstellungen zur Schulgeometrie



### G1: Geometrie als Schule des rechten Sehens

„[...] die Anschauung [ist] das absolute Fundament aller Erkenntnis“

„Zahl, Form und Sprache sind gemeinsam die Elementarmittel des Unterrichts [...]. Die Kunst muss es also zum unwandelbaren Gesetz ihrer Bildung machen [...]:

1. Die Kinder zu lehren, jeden Gegenstand [...] als Einheit [...] ins Auge zu fassen.
2. Sie die Form eines jeden Gegenstandes, d.i. sein Maß und sein Verhältnis kennen zu lehren.
3. [...]“

Johann Pestalozzi 1801

„Die Anschauung ist die wichtigste unter den bildenden Beschäftigungen“

„Alles, was zur Auffassung der Gestalten durch Begriffe [...] geleistet worden ist: das findet sich gesammelt [...] in der Mathematik.“

„Diese Gelegenheit, der Arithmetik [durch die Dreiecke als Grundbestandteile aller Formen] mehr Deutlichkeit zu verschaffen, muss, soweit er nur möglich ist, benutzt werden.“

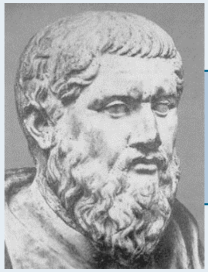
Johann Herbart 1802

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

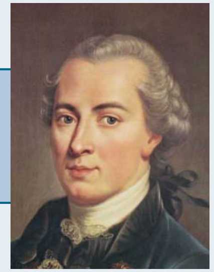
## Grundvorstellungen zur Schulgeometrie

**Glaukon**: [D]ie Geometrie kann nur Erkenntnis des unveränderlichen Seins sein!

„Die Mathematik ist von den frühesten Zeiten her [...] den sichern Weg einer Wissenschaft gegangen.“



G2: Geometrie als Schule des verständigen Denkens



**Sokrates**: Sie hätte nach deinem Zugeständnisse, mein Lieber, die Kraft, die Seele zum Sein hinzuziehen, und wäre eine Bildung für einen wissenschaftlichen Kopf und um Seelen zum Wesen der Dinge hin zu leiten, die wir jetzt ungebührender weise nur auf das Irdische hin halten.

Platon

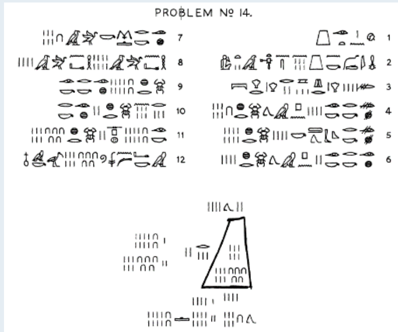
„Dem ersten, der den gleichseitigen Triangel demonstrierte [...], dem ging ein Licht auf; denn er fand, dass er nicht dem, was er in der Figur sahe, oder auch dem bloßen Begriffe derselben nachspüren und gleichsam davon ihre Eigenschaften ablernen, sondern durch das, was er nach Begriffen selbst a priori hineindachte [...], hervorbringen müsse [...].“

Immanuel Kant 1787

# Geometrie (3)

## Grundvorstellungen zur Schulgeometrie




**G3: Geometrie als Schule des regelgeleiteten Gehorsams**


„Aber aus dem Bemerken entsteht die Kenntnis der Natur der Dinge; – hieraus entsteht weiter Unterwerfung gegen wohlerkannte Notwendigkeit [...]; – entsteht noch weiter überlegtes Handeln, besonnene Wahl der Mittel zum Zweck.“

Johann Herbart 1802

# Geometrie (4)

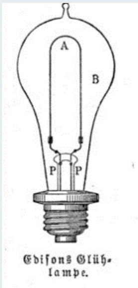
GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

## Grundvorstellungen zur Schulgeometrie

**Zweite Industrielle Revolution**
(Verwissenschaftlichung der Technik)

Elektrotechnik
- Telegrafie
- Radio/Fernsehen
- Radar/Funk

Chemische Industrie
- Farb-/Kunststoffe
- Arzneimittel
- Düngemittel, Herbizide, Pestizide




Schulsystem
- Berufsschulen
- Technische Hochschulen
- naturwissenschaftliche Fakultäten

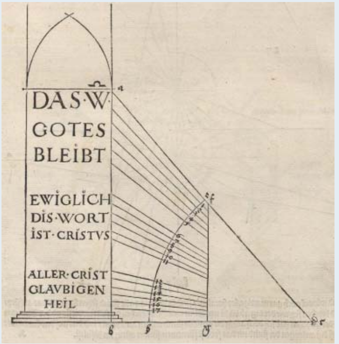
G4: Geometrie als Schule der technischen Naturbeherrschung

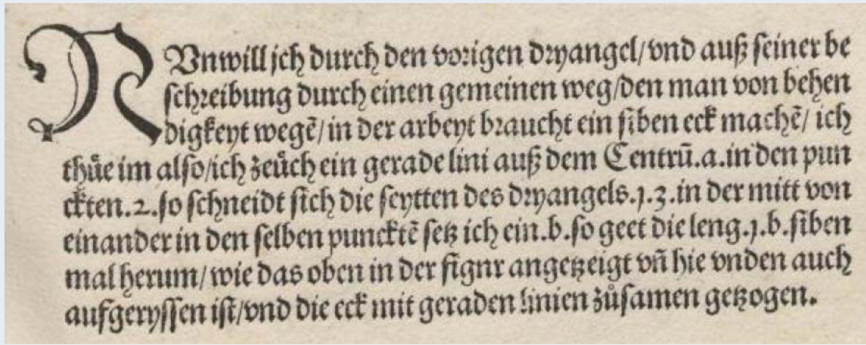
| G1 | G2 | G3 |
|---|---|---|

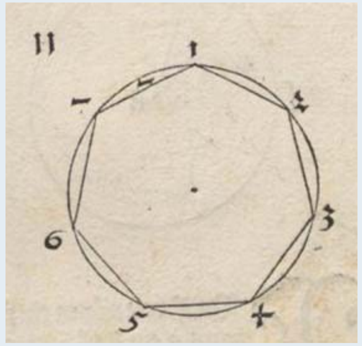
# Geometrie (5)

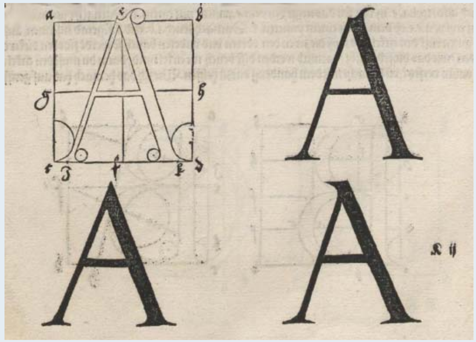
GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

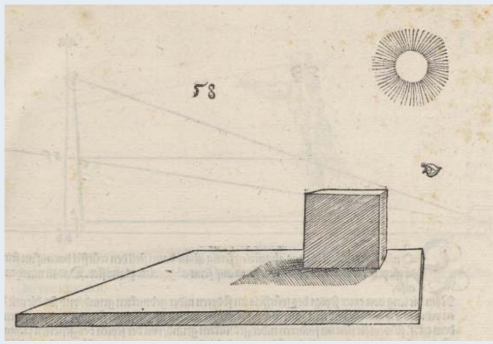
## Grundvorstellungen zur Schulgeometrie

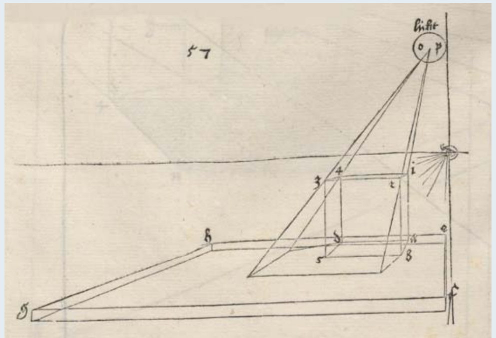




Nun will ich durch den vorigen dryangel/ vnd auß ſeiner be
ſchreibung durch einen gemeinen weg/den man von behen
digkeyt wegẽ/ in der arbeyt braucht ein ſiben eck machẽ/ ich
thũe im alſo/ich zeüch ein gerade lini auß dem Centrũ.a.in den pun
ckten.2.ſo ſchneidt ſich die ſeytten des dryangels.1.3.in der mitt von
einander in den ſelben punctẽ ſetz ich ein.b.ſo geet die leng.1.b.ſiben
mal herum/ wie das oben in der figur angezeigt vñ hie vnden auch
aufgeryſſen iſt/vnd die eck mit geraden linien zůſamen gezogen.

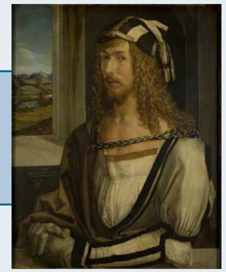








Timerding 1912



G5: Geometrie als Schule der Ästhetik

GOETHE
UNIVERSITÄT
FRANKFURT AM MAIN

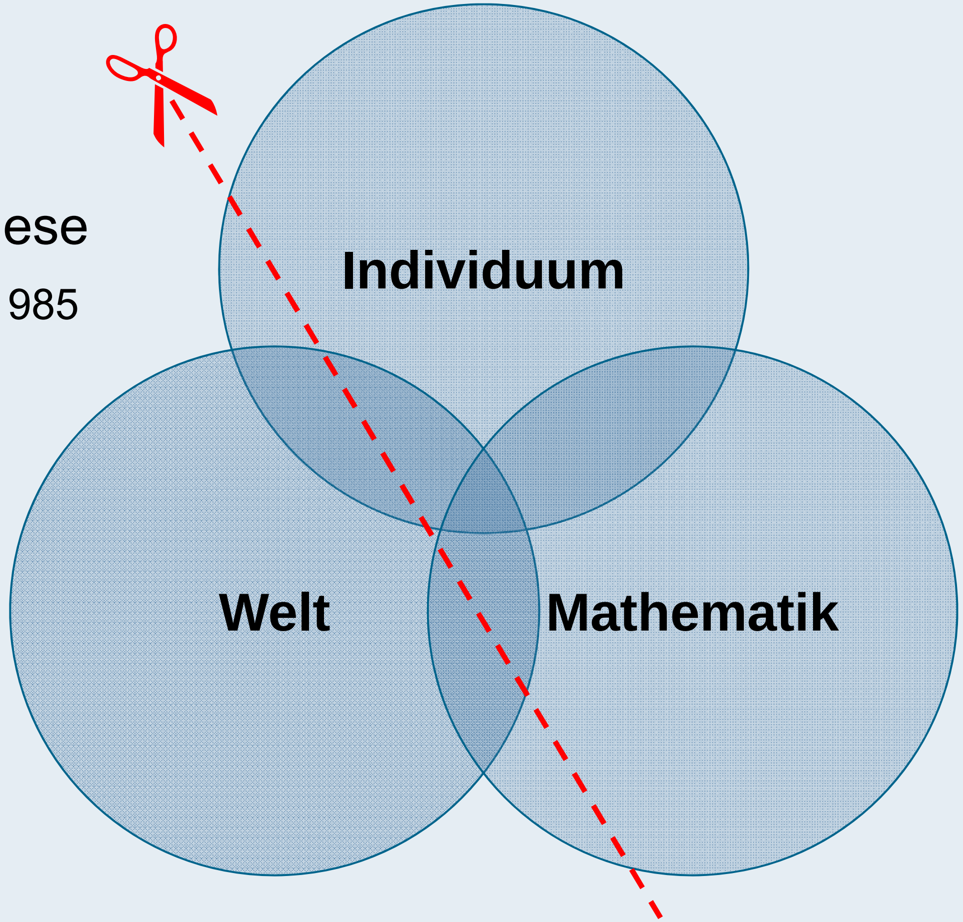
# Psychologie vs. Anthropologie

# Psychologie vs. Anthropologie (1)

**Theoretische Vorannahmen**

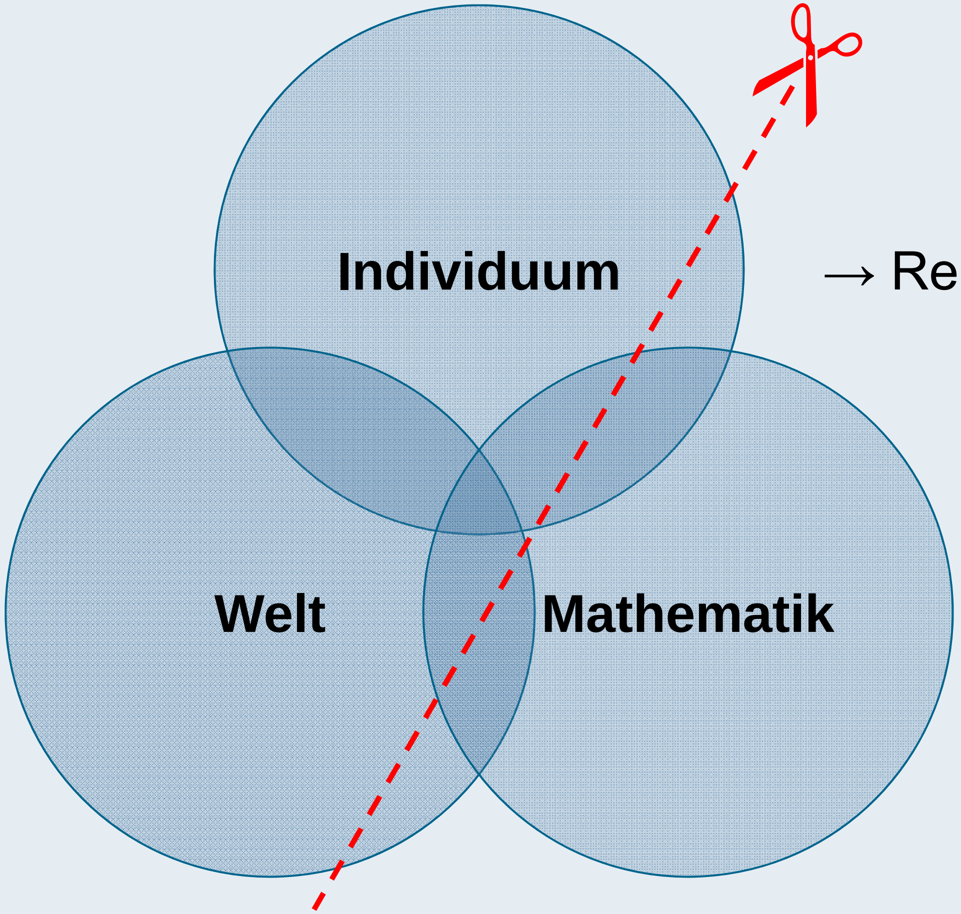
→ operative Genese

Bender & Scheiber 1985



# Psychologie vs. Anthropologie (2)

## Theoretische Voraussetzungen

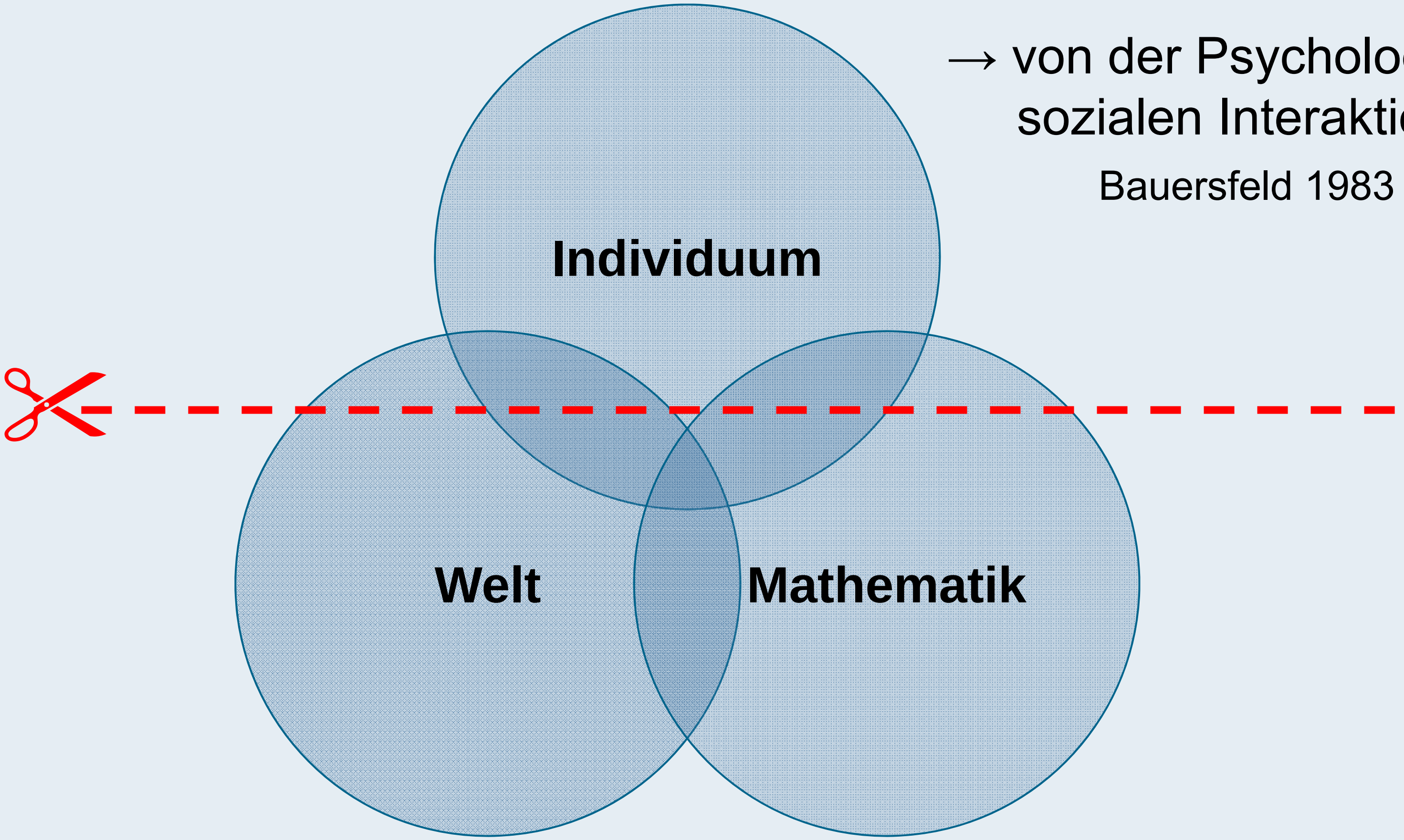



→ Relevanz-Paradoxon

Maaß 2006

# Psychologie vs. Anthropologie (3)

**Theoretische Voranahmen**




→ von der Psychologie zur sozialen Interaktion

Bauersfeld 1983

# Psychologie vs. Anthropologie (4)

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

## Thesen

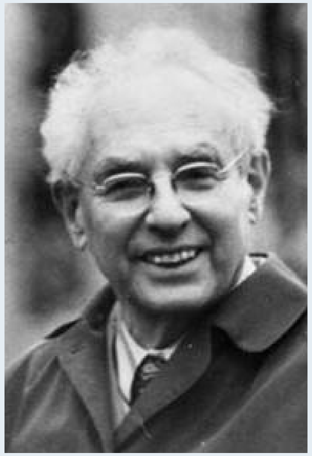
1. Grundvorstellungen sind eine „robuste“ didaktische Kategorie, die als nützliches rhetorisches Werkzeug dazu dient, sich über (fachliche) Akzentuierungen des Mathematiklehrens und -lernens zu verständigen.
2. „Mathematik“, „Welt“ und „Individuum“ sind im Kontext des Mathematiklehrens und -lernens problematisch. (Transferproblem!)

# Psychologie vs. Anthropologie (5)

## Kulturalisierung

- Kulturhistorische Schule
- Wygotsky & Lurija & Leontjew
- Situativ gebundenes Wissen vs. kategoriales Wissen

Lurija 1976

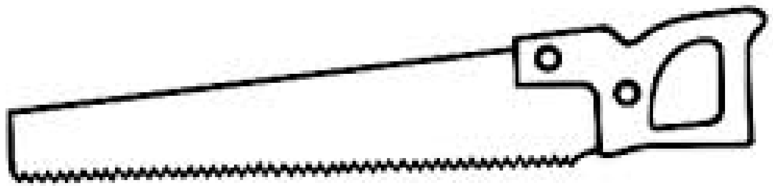


- Situated Cognition
- Lave & Wenger
- Kultur der Aneignung vs. Praxis des Verstehens

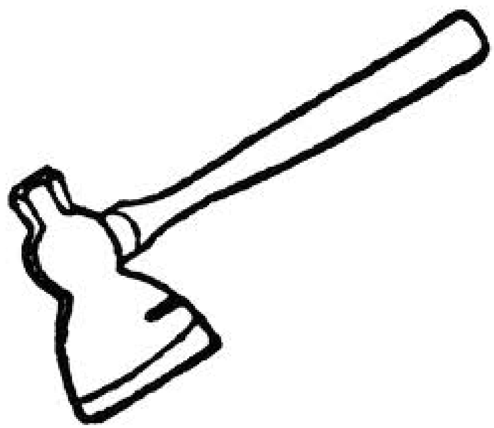
Lave 1997

# Situated Cognition

# Situated Cognition (1)



Welche drei Dinge gehören zusammen?



# Situated Cognition (2)

**Rakmat (39 Jahre), des Lesens und Schreibens unkundiger Bauer eines äußeren Bezirkes, der nur selten in die Stadt kommt:**

*Sie gehören alle zusammen. Ich denke, alle müssen da sein. Schau mal, wenn du sägen willst, brauchst du eine Säge, und wenn du etwas spalten willst, brauchst du eine Axt. Also werden sie* alle *gebraucht.*

[…]

Aber ein Mann hat drei Dinge ausgewählt – den Hammer, die Säge und die Axt – und behauptet, sie seien ähnlich.

*Säge, Hammer und Axt passen zusammen. Aber Holz muss auch da sein!*

[…]

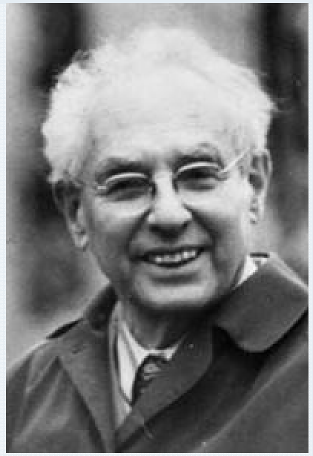
Richtig. Aber ein Hammer, eine Axt und eine Säge sind alles Werkzeuge.

*Ja, aber auch wenn wir Werkzeuge haben, brauchen wir immer noch Holz – sonst können wir nichts herstellen.*

# Situated Cognition (3)

## Kognitive Entwicklung

| Situiertes Denken | Kategoriales Denken |
|---|---|
| sensorisch | rational |
| gegenstands-orientiert | sprach-orientiert |
| grafisch-funktional | abstrakt-linguistisch |
| konkrete eigene Erfahrung | allgemein-menschliche Erfahrung |



nach: Luria 1976

→ Bruner, van Hiele,…

# Situated Cognition (4)

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

## Community of Practice

„*Communities of practice* sind Gruppen von Personen, die ein Interesse an oder eine Leidenschaft für etwas teilen, das sie tun, und die durch regelmäßige Interaktion lernen, es besser zu machen.“

http://www.ewenger.com/theory


Praxis des Verstehens

Kultur der Aneignung

# Situated Cognition (5)

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

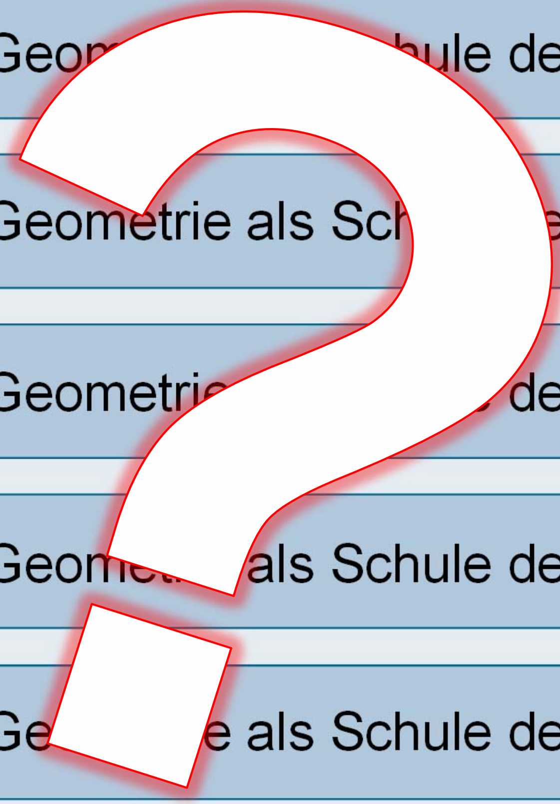
**Thesen**

1. Grundvorstellungen sind eine „robuste“ didaktische Kategorie, die als nützliches rhetorisches Werkzeug dazu dient, sich über (fachliche) Akzentuierungen des Mathematiklehrens und -lernens zu verständigen.
2. „Mathematik“, „Welt“ und „Individuum“ sind im Kontext des Mathematiklehrens und -lernens problematisch. (Transferproblem!)
3. Mathematiklehren und -lernen ist eine sozio-kulturelle Praxis. Anstatt dieser Praxis eine Theorie überzustülpen, sollte sie nach ihrem Eigensinn befragt werden.

# Ausblick

# Ausblick (1)

**Grundvorstellungen zur Schulgeometrie?**



G1: Geom … hule des rec … ten Sehens

G2: Geometrie als Sch … es verstän … igen Denkens

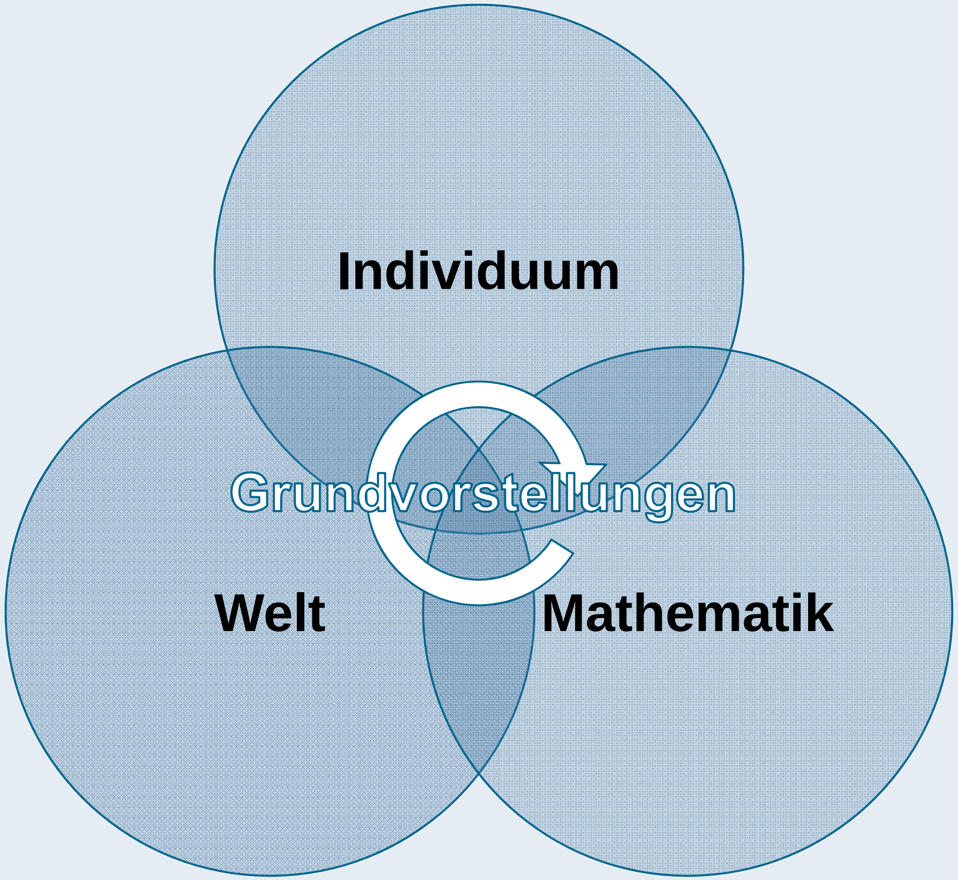
G3: Geometri … des regelgeleiteten Gehorsams

G4: Geom … als Schule der technischen Naturbeherrschung

G5: Ge … e als Schule der Ästhetik

# Ausblick (2)

**Grundvorstellungen zur Schulgeometrie?**

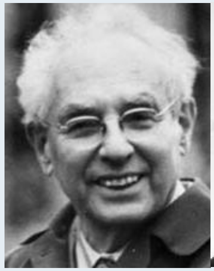


# Ausblick (3)

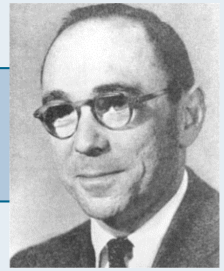
GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

## Grundvorstellungen zur Schulgeometrie?

Die moderne (d.h. die technisierte, funktional ausdifferenzierte Massen-)Gesellschaft ist auf die Praxis der Abstraktion angewiesen.




G2*: Denken als Schule der Geometrie



Schule ist eine sozio-kulturelle Praxis, in der (u.a.) eingeübt wird, die Welt auf eine bestimmte „abstrakte“ Art und Weise zu strukturieren und ihr so einen spezifischen Sinn zu verleihen.

„Der Schulbesuch erscheint als der mächtigste Faktor, der das abstrakte Denken fördert.“

Greenfield et al. 1971

Leider ist Abstraktion gerade nicht sehr gefragt; stattdessen hält Bruners „Enaktivität“ fröhlichen Einzug in die Oberstufe. Und bedeutungshaltige Abstraktion lernt man ohnehin besser in der Stochastik, oder?

# Literatur

# Literatur

## Literatur


Bauersfeld, Heinrich (1983): Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktions-theorie des Mathematiklernens und -lehrens. In: Bauersfeld et al. (Hrsg.): Lernen und Lehren von Mathematik, S. 1-56.

Bender, Peter (1991): Ausbildung von Grundvorstellungen und Grundverständnissen. In: Postel et al. (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen, S. 48-60.

Bender, Peter & Schreiber, Alfred (1985): Operative Genese der Geometrie.

Lave, Jean (1997): The Culture of Acquisition and the Practice of Understanding. In: Kirshner & Whitson (Hrsg.): Situated Cognition, S. 17-35.

Lurija, ALexander (1976): Cognitive Development.

Maaß, Katja (2006): Bedeutungsdimensionen nützlichkeitsorientierter Beliefs. math. didact. 29, S. 114-138.

Nowotny et al. (2004): Wissenschaft neu denken.

Timerding, Heinrich (1912): Die Erziehung der Anschauung.

vom Hofe, Rudolf (1995): Grundvorstellungen mathematischer Inhalte.